

Chủ đề: Giải hệ phương trình

1) Phương pháp thế:

Ví dụ 1:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 + y \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 + y \\ 3(3 + y) - 4y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 + y \\ 9 + 3y - 4y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 + y \\ -y = -7 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 + y \\ y = 7 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 + 7 = 10 \\ y = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất:

$$(x; y) = (10; 7)$$

Ví dụ 2:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 - y \\ x + y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 - y \\ 3 - y + y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 - y \\ 0y = -1 \text{ (vô lí)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm

Ví dụ 3:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 - y \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 - y \\ 3 - y + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 3 - y \\ 0y = 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm:

$$\begin{cases} x = 3 - y \\ y \in R \end{cases}$$

Cách khác:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 3 - x \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 3 - x \\ x + 3 - x = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 3 - x \\ 0x = 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm:

$$\begin{cases} x \in R \\ y = 3 - x \end{cases}$$

Bài tập áp dụng: Giải các hệ phương trình sau bằng phép thế

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 2x - y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 3y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} (2 - \sqrt{3})x - 3y = 2 + 5\sqrt{3} \\ 4x + y = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2} + 1)y = 1 \end{cases}$$

2) Phương pháp cộng đại số:

Ví dụ 1:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x - y = 3 & \times (-4) \\ 3x - 4y = 2 & \times 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -x = -10 & (\text{hàng 3 cộng hàng 4}) \\ x - y = 3 & (\text{giữ lại phương trình ban đầu}) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 10 \\ x - y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 10 \\ 10 - y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 - 3 = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất:
 $(x; y) = (10; 7)$

Ví dụ 2:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -x - y = -3 \\ x + y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 0 = -1 \text{ (vô lí)} \\ x + y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm

Ví dụ 3:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -x - y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 0x + 0y = 0 \text{ (luôn đúng)} \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & x = 3 - y \\ \text{Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm:} & \begin{cases} x = 3 - y \\ y \in R \end{cases} \end{aligned}$$

Cách khác:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -x - y = -3 \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 0x + 0y = 0 \text{ (luôn đúng)} \\ x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & y = 3 - x \\ \text{Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm:} & \begin{cases} x \in R \\ y = 3 - x \end{cases} \end{aligned}$$

Trường: THCS Võ Văn Tần**Bài tập áp dụng:** Giải các hệ phương trình sau bằng phép cộng đại số

1)
$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \frac{3}{20}x - \frac{5}{30}y = -\frac{1}{12} \\ x - y = -1 \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} 0,5x - 0,25y = 0 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$$

7)
$$\begin{cases} 0,2x + 1,7y = -18,1 \\ 3,2x - y = 20,6 \end{cases}$$

8)
$$\begin{cases} -0,6x + 0,4y = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

9)
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$$

10)
$$\begin{cases} 6x + 3y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

11)
$$\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

12)
$$\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$$

13)
$$\begin{cases} \frac{3\sqrt{2}}{5}x - \frac{y}{\sqrt{5}} = 1 \\ x\sqrt{2} + y\sqrt{5} = -1 \end{cases}$$

14)
$$\begin{cases} x + (1 - \sqrt{2})y = -\sqrt{2} \\ (1 + \sqrt{2})x + y = 1 \end{cases}$$

3) Phương pháp đặt ẩn phụ:Ví dụ 1:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ 2 \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \quad \text{ĐK: } \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} a = \frac{1}{x} \\ b = \frac{1}{y} \end{cases}$$

Hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 2 \cdot 1 - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 2 - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ y = 1 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (1; 1)$ **Bài tập áp dụng:** Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ

1)
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = -\frac{3}{2} \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 1 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 6 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \\ \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 3 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{y}{x+1} = 3 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{x+1} = -1 \end{cases}$$

Trường: THCS Võ Văn Tần

Bài 1 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Tia phân giác của góc A cắt đường tròn tại M . Tia phân giác của góc ngoài tại đỉnh A cắt đường tròn tại N . Chứng minh rằng :

- Tam giác MBC cân .
- Ba điểm M , O , N thẳng hàng .

Bài 2: Cho đường tròn (O; R) và một điểm M bên trong đường tròn đó. Qua M kẻ hai dây cung AB và CD vuông góc với nhau (C thuộc cung nhỏ AB). Vẽ đường kính DE. Chứng minh rằng:

- $MA.MB = MC.MD$.
- Tứ giác ABEC là hình thang cân.
- Tổng có giá trị không đổi khi M thay đổi vị trí trong đường tròn (O).

Bài 3: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O; R), kẻ $AH \perp BC$, AO cắt (O) tại D. Chứng minh rằng:

- $\Delta ABH \sim \Delta ADC$.
- $S = \frac{abc}{4R}$ (S: diện tích tam giác ABC; a, b, c: độ dài cạnh của ΔABC)

Bài 4: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và C là điểm chính giữa của cung AB. Lấy điểm M thuộc cung BC và điểm N thuộc tia AM sao cho $AN = BM$. Kẻ dây CD song song với AM.

- Chứng minh $\Delta ACN = \Delta BCM$.
- Chứng minh ΔCMN vuông cân.
- Tứ giác ANCD là hình gì? Vì sao?

Bài 5 : Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai cát tuyến ABC và ADE với đường tròn đó (B nằm giữa A và C, A nằm giữa A và E). Kẻ dây BF // DE. Chứng minh rằng:

- góc DBF = góc BCE
- $\Delta ACE \sim \Delta DCF$

Bài 6 : Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và điểm C nằm ngoài nửa đường tròn . CA cắt nửa đường tròn ở M , CB cắt nửa đường tròn ở N . Gọi H là giao điểm của AN và BM .

- Chứng minh $CH \perp AB$.
- Gọi I là trung điểm của CH . Chứng minh MI là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O)
- Giả sử $CH = 2R$. Tính số đo cung MN .