

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

b) $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

c) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$

Câu 2. (1,5 điểm)

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = 2x + 3$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3. (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

$$B = \left(\frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right) \quad (x > 0)$$

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - mx - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu.
b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Tính giá trị của biểu thức: } P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O ($AB < AC$). Các đường cao AD và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh tứ giác BFHD nội tiếp. Suy ra $\widehat{AHC} = 180^\circ - \widehat{ABC}$.
b) Gọi M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp.
c) Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN.
Chứng minh $\widehat{AJI} = \widehat{ANC}$.
d) Chứng minh rằng: OA vuông góc với IJ.

HẾT

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
1a	$x^2 - 7x + 12 = 0$ $\Delta = 1$ $x_1 = 3 ; \quad x_2 = 4$	0,25 0,25
1b	$x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$ $a + b + c = 0$ $x_1 = 1 ; \quad x_2 = \sqrt{2}$	0,25 0,25
1c	$x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ Đặt $t = x^2 \quad (t \geq 0)$ Phương trình trở thành: $t^2 - 9t + 20 = 0$ $\Delta = 1$ $t_1 = 4$ (nhận) và $t_2 = 5$ (nhận) Với $t = 4 \Rightarrow x = \pm 2$; Với $t = 5 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$	0,25 0,25
1d	$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \dots\dots\dots$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25 0,25
2a	Vẽ (P) và bảng giá trị đúng Vẽ (D) và bảng giá trị đúng	0,5 0,5
2b	Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (D) : $x^2 = 2x + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$ Với $x = -1 \Rightarrow y = 1$ $x = 3 \Rightarrow y = 9$ Tọa độ giao điểm của (P) và (D) là: (-1;1) và (3;9)	0,25 0,25
3a	$A = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$ $A = \frac{(5 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2)}{1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)}{4} - \frac{3\sqrt{5}(3 - \sqrt{5})}{4}$ $A = 3\sqrt{5} - 5 + \frac{5 + \sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 15}{4} = 3\sqrt{5} - 5 + 5 - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$	 0,25 0,5
3b	$B = \left(\frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right) \quad (x > 0)$ $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left(\frac{x + 3\sqrt{x} - 2(\sqrt{x} + 3) + 6}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)} \right)$	 0,5

	$B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \right) = 1$	0,25
4a	$x^2 - mx - 1 = 0 \text{ (x là ẩn số)}$ $\Delta > 0$ $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -1 < 0$ $\Rightarrow \text{Phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu}$	0,25 0,25
4b	Cách 1: Theo Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$ $P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$ $= \frac{x_1^2 + x_1 + x_1 x_2}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 + x_1 x_2}{x_2}$ $= x_1 + 1 + x_2 - x_2 - 1 - x_1 = 0$ Cách 2: Ta có $x_1^2 - mx_1 - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{x_1^2 - 1}{x_1} \Rightarrow m + 1 = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1}$ Chứng minh tương tự, ta có $m + 1 = \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$ $\Rightarrow P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2} = 0$	0,25 0,75
5a	Ta có $\widehat{BFC} = \widehat{BDA} = 90^\circ$ (AD, CF là các đường cao) $\Rightarrow \widehat{BFC} + \widehat{BDA} = 180^\circ \Rightarrow \text{tứ giác BFHD nội tiếp}$ $\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{DHF} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AHC} = 180^\circ - \widehat{ABC}$	0,25 0,25 0,25 0,25
5b	Ta có $\widehat{AMC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn cung AC) $\widehat{AMC} = \widehat{ANC}$ (tính chất đối xứng) $\Rightarrow \widehat{ANC} = \widehat{ABC}$ Mà $\widehat{AHC} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AHC} + \widehat{ANC} = 180^\circ$ $\Rightarrow \text{AHCN nội tiếp}$	0,5 0,5
5c	Ta có $\widehat{MAC} = \widehat{NAC}$ (tính chất đối xứng) $\widehat{NAC} = \widehat{NHC}$ (cùng chắn cung NC) $\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{NHC}$ hay $\widehat{IAJ} = \widehat{IHJ}$ $\Rightarrow \text{AHIJ nội tiếp (2 đỉnh kề cùng nhìn cạnh dưới góc bằng nhau)}$ $\Rightarrow \widehat{AJI} = 180^\circ - \widehat{AHC} = \widehat{ANC}$	0,25 0,25 0,25

5d	Vẽ tiếp tuyến xy của (O) tại $A \Rightarrow OA \perp xy$ $\widehat{AJI} = \widehat{ANC} = \widehat{AMC} = \widehat{yAC} \Rightarrow IJ // xy$ $\Rightarrow OA \perp IJ$	0,75
-----------	---	-------------

