

ÔN TẬP CHƯƠNG 1

A. ĐẠI SỐ

1. Căn bậc hai và hằng đẳng thức $\sqrt{A} = |A|$

a) **Căn bậc hai số học:** Với số dương a, số $\sqrt{a}$ được gọi là **căn bậc hai số học** của a.
Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0.

VD₁ : Căn bậc hai số học của 16 là $\sqrt{16}$ (= 4)

Căn bậc hai số học của 7 là $\sqrt{7}$

⚡ Lưu ý:

Căn bậc hai của 49 có đến hai giá trị là 7 và -7	Căn bậc hai số học của 49 chỉ có một giá trị bằng 7
---	--

b) Căn thức bậc hai:

Với A là một biểu thức đại số, người ta gọi $\sqrt{A}$ là **căn thức bậc hai** của A, còn A được gọi là biểu thức lấy căn (hay biểu thức dưới dấu căn)

$\sqrt{A}$ xác định (hay có nghĩa) khi A lấy giá trị không âm.

VD: $\sqrt{4x}$ là căn thức bậc hai của 4x.

$\sqrt{4x}$ xác định khi $4x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

c) Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

Với mọi số ta có $\sqrt{a^2} = a $

VD1: Tính

$$a) \sqrt{12^2} \quad ; \quad b) \sqrt{(-7)^2}$$

Giải:

$$a) \sqrt{12^2} = |12| = 12$$

$$b) \sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7$$

VD2 : Rút gọn

$$a) \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}; \quad b) \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$$

Giải:

$$a) \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1 \quad (\text{Vì } \sqrt{2} > 1)$$

$$b) \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2 \quad (\text{Vì } \sqrt{5} > 2)$$

*** Chú ý:**

Với A là một biểu thức ta có $\sqrt{A^2} = |A|$

Tức là:

$$\sqrt{A^2} = A \text{ nếu } A \geq 0 \text{ (A không âm);} \quad \sqrt{A^2} = -A \text{ nếu } A < 0 \text{ (A âm).}$$

VD3 : Rút gọn

$$a) \sqrt{(x-2)^2} \text{ với } x \geq 2; \quad b) \sqrt{a^6} \text{ với } a < 0$$

Giải:

$$a) \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = x-2 \text{ (vì } x \geq 2)$$

$$b) \sqrt{a^6} = \sqrt{(a^3)^2} = |a^3|$$

$$\text{Vì } a < 0 \text{ nên } a^3 < 0, \text{ do đó } |a^3| = -a^3$$

$$\sqrt{a^6} = -a^3 \text{ (với } a < 0)$$

2. Liên hệ giữa phép nhân và phép khai phương

Với hai số a và b không âm, ta có: $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$

VD1: Tính

$$\begin{aligned} a) \sqrt{49.1.21.9} &= \sqrt{49}.\sqrt{1.21}.\sqrt{9} \\ &= 7.1.3 = 23,1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \sqrt{90.40} &= \sqrt{9.4.100} = \sqrt{9}.\sqrt{4}.\sqrt{100} \\ &= 3.2.10 = 60 \end{aligned}$$

VD2: Tính

$$a) \sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{2.8} = \sqrt{16} = 4 \quad b) \sqrt{2.5}.\sqrt{8.1}.\sqrt{100} = \sqrt{2.5.8.1.100} = \sqrt{25.81} = \sqrt{(5.9)^2} = 45$$

3. Liên hệ giữa phép chia và phép khai phương

Với a không âm, b dương ta có: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Ví dụ 1: Khai phương một thương

$$a) \sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{5}{12}$$

$$b) \sqrt{\frac{9}{36} : \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{9}{36} : \frac{25}{16}} = \frac{3}{6} : \frac{5}{4} = \frac{6}{15}$$

Ví dụ 2: Chia hai căn bậc hai sau

$$a) \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{80}{20}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\begin{aligned} b) \sqrt{\frac{49}{8}} : \sqrt{3\frac{1}{8}} &= \sqrt{\frac{49}{8} : 3\frac{1}{8}} = \sqrt{49.25} \\ &= \sqrt{49}.\sqrt{25} = 7.5 = 35 \end{aligned}$$

4. Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai

- Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Một cách tổng quát :

Với hai biểu thức A, B mà B ≥ 0, ta có $\sqrt{A^2 \cdot B} = |A|\sqrt{B}$, tức là :

Nếu A ≥ 0 và B ≥ 0 thì $\sqrt{A^2 B} = A\sqrt{B}$;

Nếu A < 0 và B ≥ 0 thì $\sqrt{A^2 B} = -A\sqrt{B}$.

Ví dụ 1: Rút gọn biểu thức

$$\sqrt{4^2 \cdot 7} = 4\sqrt{7}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

Ví dụ 2 a) $5\sqrt{2} - \sqrt{32} + 3\sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

Ví dụ 3. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{4x^2y}$ với $x \geq 0, y \geq 0$;

b) $\sqrt{18xy^2}$ với $x \geq 0, y < 0$.

Giải

a) $\sqrt{4x^2y} = \sqrt{(2x)^2y} = |2x|\sqrt{y} = 2x\sqrt{y}$ (với $x \geq 0, y \geq 0$).

b) $\sqrt{18xy^2} = \sqrt{(3y)^2 2x} = |3y|\sqrt{2x} = -3y\sqrt{2x}$ (với $x \geq 0, y < 0$).

- Đưa thừa số vào trong dấu căn

- Phép đưa thừa số ra ngoài dấu căn có phép biến đổi ngược với nó là phép đưa thừa số vào trong dấu căn.

Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$ ta có $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$.

Với $A < 0$ và $B \geq 0$ ta có $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$.

Ví dụ 4. Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $3\sqrt{7}$;

b) $-2\sqrt{3}$;

c) $5a^2\sqrt{2a}$ với $a \geq 0$;

d) $-3a^2\sqrt{2ab}$ với $ab \geq 0$.

Giải

a) $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{63}$.

b) $-2\sqrt{3} = -\sqrt{2^2 \cdot 3} = -\sqrt{12}$.

c) $5a^2\sqrt{2a} = \sqrt{(5a^2)^2 \cdot 2a} = \sqrt{25a^4 \cdot 2a} = \sqrt{50a^5}$.

d) $-3a^2\sqrt{2ab} = -\sqrt{(3a^2)^2 \cdot 2ab} = -\sqrt{9a^4 \cdot 2ab} = -\sqrt{18a^5b}$.

- Khử mẫu của biểu thức lấy căn

Ví dụ 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; b) $\sqrt{\frac{5a}{7b}}$ với $a, b > 0$.

Giải

a) $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2.3}{3.3}} = \frac{\sqrt{2.3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

b) $\sqrt{\frac{5a}{7b}} = \sqrt{\frac{5a.7b}{7b.7b}} = \frac{\sqrt{5a.7b}}{\sqrt{(7b)^2}} = \frac{\sqrt{35ab}}{7|b|}$.

- Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$; b) $\frac{10}{\sqrt{3}+1}$; c) $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

Giải

a) $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2.3} = \frac{5}{6}\sqrt{3}$.

b) $\frac{10}{\sqrt{3}+1} = \frac{10(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{10(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 5(\sqrt{3}-1)$.

c) $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = 3(\sqrt{5}+\sqrt{3})$.

5. Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai

Vd1: $5\sqrt{\frac{1}{5}} + 3\sqrt{20} - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{\frac{1.5}{5.5}} + 3\sqrt{2^2.5} - 3\sqrt{5}$

Vd2 $A = \sqrt{17-12\sqrt{2}} - \sqrt{24-8\sqrt{8}}$
 $= \sqrt{9-2.3.2\sqrt{2}+8} - \sqrt{16-2.4.2\sqrt{2}+8}$
 $= \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(4-2\sqrt{2})^2}$
 $= |3-2\sqrt{2}| - |4-2\sqrt{2}|$

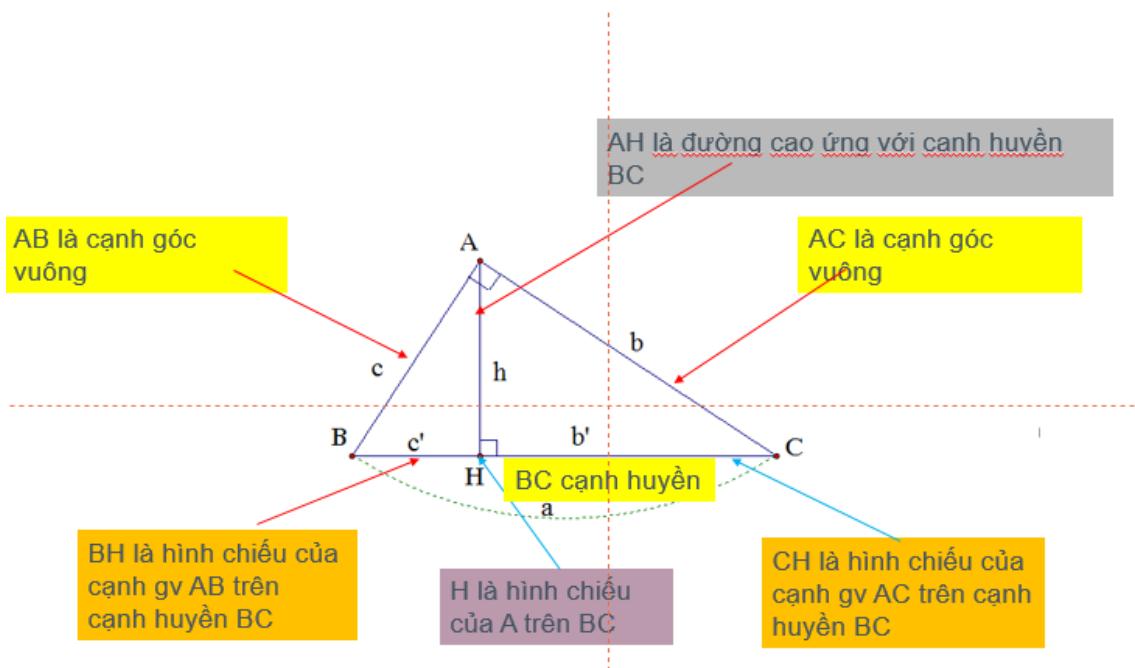
$$= 3 - 2\sqrt{2} - (4 - 2\sqrt{2}) = -1$$

Vd3

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} \quad MTC(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) \\ & x-1 = (\sqrt{x})^2 - 1^2 = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) \\ & \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ & = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{6\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ & = \frac{x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{6\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ & = \frac{x+\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ & = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x})^2 - 2.\sqrt{x}.1 + 1^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ & = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

B. HÌNH HỌC

1. Hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông



Ví dụ áp dụng định lí 1

$AC^2 = BC \cdot CH \text{ (} b^2 = ab' \text{)}$

$AB^2 = BC \cdot BH \text{ (} c^2 = ac' \text{)}$

b) 20

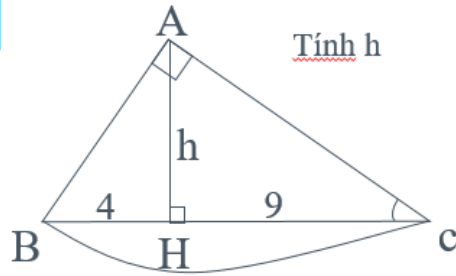
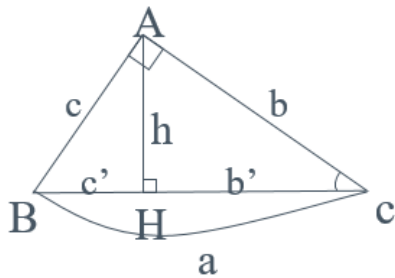
Ta có: Áp dụng hệ thức về cạnh và hình chiếu.

$$12^2 = 20 \cdot x \Rightarrow x = \frac{12^2}{20} \Rightarrow x = 7,2$$

$$y = 20 - 7,2 = 12,8$$

Ví dụ áp dụng định lí 2

$$AH^2 = HB \cdot HC \quad (h^2 = b' \cdot c')$$



Tính h

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông

$$h^2 = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow h = \sqrt{36} \Rightarrow h = 6$$

Ví dụ áp dụng định lí 3

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC \quad (b \cdot c = a \cdot h)$$

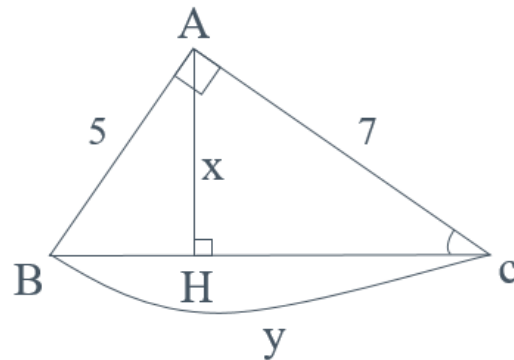
› Theo định lí Pitago ta
có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{25 + 49}$$

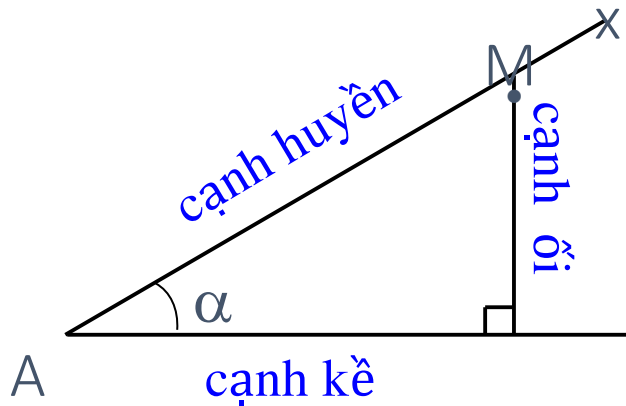
$$BC = \sqrt{74}$$

$$\text{Mà } x \cdot y = 5 \cdot 7 = 35$$

$$\Rightarrow y = \frac{35}{\sqrt{74}}$$



2. Tỷ số lượng giác góc nhọn



$$\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$$

Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia.

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 3cm, AC = 4cm, BC = 5cm. Viết tỉ số lượng giác góc B, từ đó suy ra tỉ số lượng giác góc C.

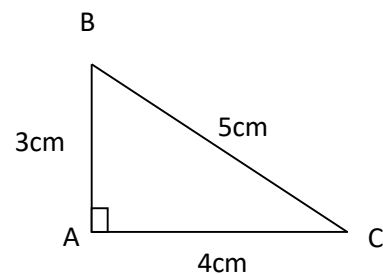
Hướng dẫn: Xác định cạnh đối, cạnh kề đối với góc B, góc C

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

• Tỉ số lượng giác góc B $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$

$$\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$



Vì B và C là hai góc phụ nhau nên ta có

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = \cos C$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = \sin C$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} = \cot C$$

$$\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = \tan C$$

Bài tập áp dụng:

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = 10cm, AC = 24cm. Viết tỉ số lượng giác góc C. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác góc B

Bài 2: Cho tam giác MNP vuông tại M, MN = 9cm, NP = 15cm. Viết tỉ số lượng giác góc N. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác góc P.

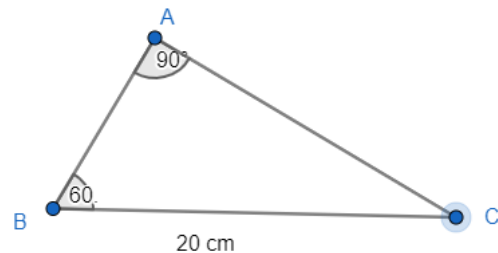
3. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

- Cạnh góc vuông = cạnh huyền nhân sin góc đối
- Cạnh góc vuông = cạnh huyền nhân cos góc kề
- Cạnh góc vuông này = cạnh góc vuông kia nhân tang góc đối
- Cạnh góc vuông này = cạnh góc vuông kia nhân cotang góc kề

Bài tập 1: Cho tam giác ABC vuông

tại A, góc B bằng 60° , BC = 20 cm.

Giải tam giác ABC



Hướng dẫn giải:

- Tam giác ABC vuông tại A nên: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$$\text{Suy ra } \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 30^\circ$$

Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

$$AB = BC.\sin C = 20. \sin 30^0 = 10 \text{ (cm)}$$

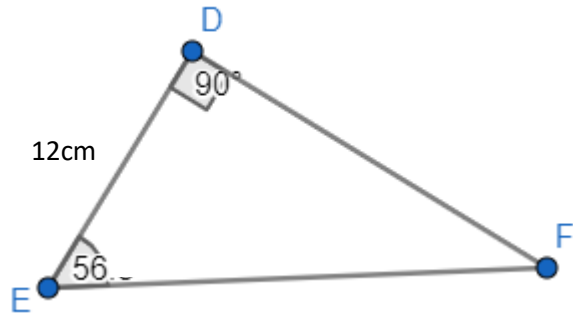
$$AC = BC. \sin B = 20. \sin 60^0 = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Bài tập vận dụng:

1. Cho tam giác DEF vuông tại D, cạnh EF = 30cm, góc E bằng 54^0 , Giải tam giác DEF
2. Cho tam giác MNP vuông tại M, cạnh NP = 18 cm, góc N bằng 25^0 , Giải tam giác MNP

Bài tập 2:

Cho tam giác DEF vuông tại D, góc E bằng 56^0 , cạnh DE = 12 cm, giải tam giác DEF



Giải: Tam giác DEF vuông tại D, nên ta có $\hat{E} + \hat{F} = 90^0$

Suy ra $\hat{F} = 90^0 - \hat{E} = 90^0 - 56^0 = 34^0$

Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

$$DF = DE.\tan E = 12.\tan 56^0 = 17,8 \text{ (cm)}$$

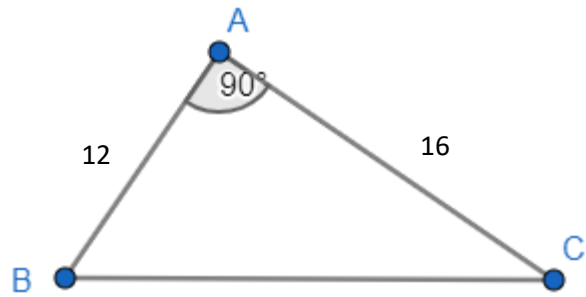
$$EF = DE : \sin F = 12 : \sin 34^0 = 21,5 \text{ (cm)}$$

- Bài tập áp dụng

1. Cho tam giác MNP vuông tại M, góc N bằng 26^0 , cạnh MP = 32 cm, giải tam giác MNP
2. Cho tam giác OAB vuông tại O, góc A bằng 65^0 , cạnh OB = 16 cm, giải tam giác OAB

Bài tập 3:

Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh
AB = 12cm, cạnh AC = 16cm. Giải
tam giác ABC



Giải:

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông ABC, ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 12^2 + 16^2$$

$$BC^2 = 400$$

$$BC = \sqrt{400}$$

$$BC = 20$$

Áp dụng định nghĩa tỉ số lượng giác góc nhọn, ta có

$$\sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin B = \frac{16}{20}$$

$$\text{Suy ra } \hat{B} = 53^\circ$$

Áp dụng định lý tổng ba góc của một tam giác, tính được góc C bằng 37°

- Bài tập áp dụng:

Bài 1: Cho tam giác MNP vuông tại M, cạnh MN = 5cm, cạnh MP = 12cm. Giải tam giác MNP

Bài 2: Cho tam giác PQR vuông tại P, cạnh PQ = 8cm, cạnh QR = 15cm. Giải tam giác PQR