

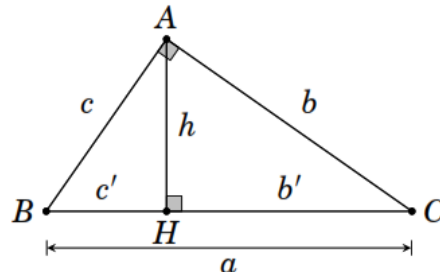
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

I. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Từ hình vẽ bên, ta có

- Cạnh góc vuông: AB, AC .
- Cạnh huyền: BC .
- Đường cao: AH .
- HA là hình chiếu của AB trên cạnh BC .
- HC là hình chiếu của AC trên cạnh BC .
- Định lý Py-ta-go: $BC^2 = AB^2 + AC^2$



1. Hệ thức liên hệ giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền

- Trong tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của nó trên cạnh huyền.

$$BA^2 = BH \cdot BC \text{ hay } c^2 = c' \cdot a;$$

$$CA^2 = CH \cdot CB \text{ hay } b^2 = b' \cdot a.$$

2. Hệ thức liên quan đến đường cao

Trong một tam giác vuông

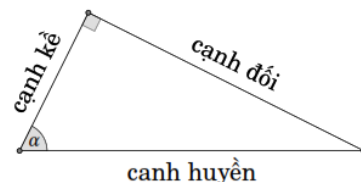
- Bình phương độ dài đường cao bằng tích hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền.
 $AH^2 = HB \cdot HC$ hay $h^2 = b' \cdot c'$.
- Tích độ dài đường cao với cạnh huyền bằng tích độ dài hai cạnh góc vuông.
 $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ hay $a \cdot h = b \cdot c$.
- Nghịch đảo bình phương độ dài đường cao bằng tổng nghịch đảo bình phương độ dài hai cạnh góc vuông.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \text{ hay } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$

II. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

1. Định nghĩa

- Với α là góc nhọn trong tam giác vuông ta có
- $\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}};$ $\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}};$
- $\cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$ $\cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$



2. Một số hệ thức và tính chất cơ bản

- Với hai góc nhọn α, β và $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì
 $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta.$

Với góc nhọn $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, ta có

- $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1.$

- Nếu α tăng thì $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ tăng; còn $\cos \alpha$ và $\cot \alpha$ giảm.
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$;
- $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$; $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$ và đường cao AH. Tính độ dài đoạn thẳng BH và CH

Bài 2: Đường cao của một tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài $BH = 3\text{cm}$, $CH = \frac{16}{3}\text{cm}$. Tính độ dài AB, AC, AH

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH có $AB = 12$, $BH = 6$. Tính AH, AC, BC, CH.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A, $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$, đường cao AH, trung tuyến AM.

a) Tính BH, HM, MC.

b) Tính AH.

Bài 5: Tam giác ABC vuông tại A, gọi M là trung điểm của BC. Biết tam giác ABM là tam giác đều có cạnh là $\sqrt{3}\text{ cm}$.

a) Tính độ dài AC và đường cao AH của tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông ở A, đường cao AH. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Biết $HM = 15\text{cm}$, $HN = 20\text{cm}$. Tính HB, HC, AH.