

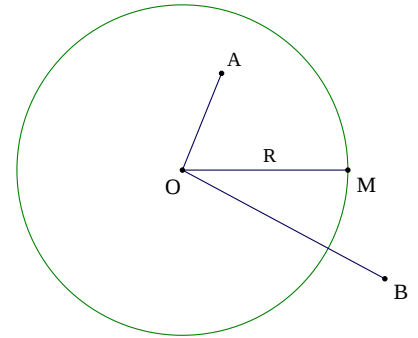
CHƯƠNG II: ĐƯỜNG TRÒN

A. LÝ THUYẾT.

1. ĐƯỜNG TRÒN.

– Đường tròn tâm O bán kính R, ($R > 0$) là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R. KH: $(O; R)$.

- Điểm M nằm trên đường tròn thì $OM = R$.
- Điểm A nằm bên trong đường tròn $OA < R$.
- Điểm B nằm bên ngoài đường tròn $OB > R$.

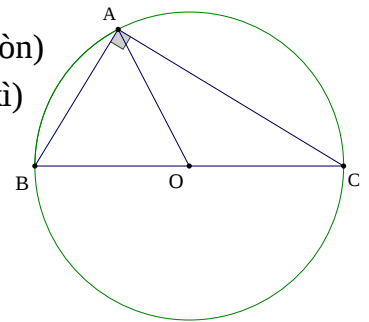


CÁCH XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN.

- Qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ 1 đường tròn (Giao của ba đường trung trực).
- Đường tròn là hình có tâm đối xứng (Tâm đối xứng là tâm của đường tròn)
- Đường tròn là hình có trục đối xứng (Trục đối xứng là đường kính bất kì)

Chú ý:

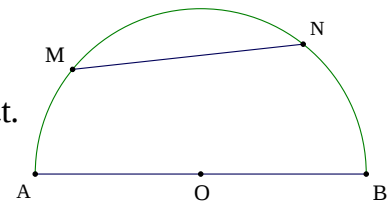
- Đường tròn đi qua 3 đỉnh của tam giác vuông có tâm là trung điểm cạnh huyền.



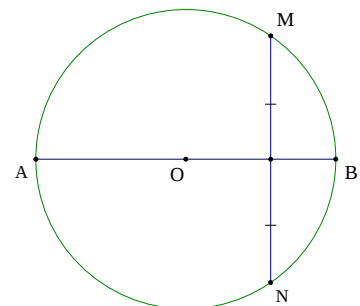
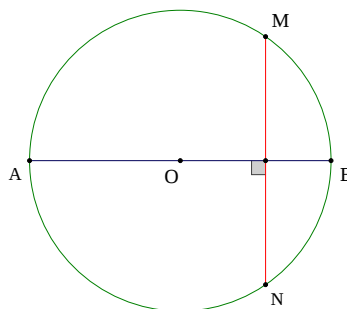
2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN.

ĐỊNH LÝ.

- Trong các dây của đường tròn, đường kính là dây lớn nhất.

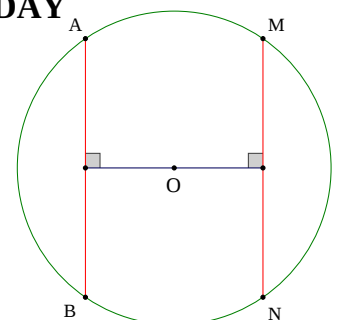


- Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của dây (Dây không đi qua tâm) thì vuông góc với dây ấy.



3. LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

- Trong một đường tròn:
 - + Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.
 - + Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.
- Trong hai dây của một đường tròn:
 - + Dây nào lớn hơn thì gần tâm hơn.



+ Dây nào gần tâm hơn thì lớn hơn.

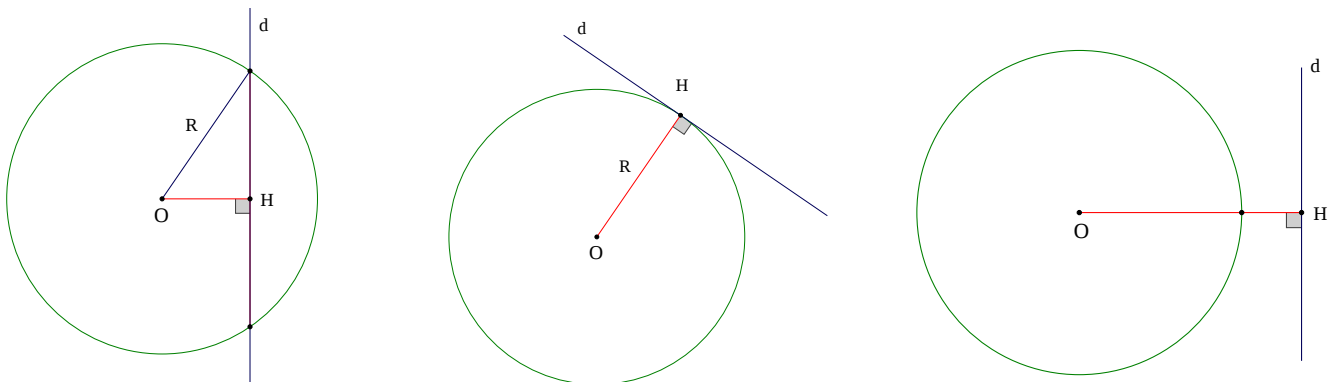
Chú ý:

– Trong một đường tròn, đường kính là dây lớn nhất.

4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

- Cho đường tròn $(O;R)$ và một đường thẳng bất kì. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của đường tròn đến đường thẳng đó. Ta có bảng vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Cắt nhau	2	$d < R$
Tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Không giao nhau	0	$d > R$



– Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau thì đường thẳng gọi là tiếp tuyến của đường tròn và giao điểm gọi là tiếp điểm.

5. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Định lý:

- Nếu đường thẳng (d) là tiếp tuyến của đường tròn (O) thì (d) vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.
- Nếu một đường thẳng đi qua 1 điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính tại đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là tiếp tuyến của đường tròn.

Để chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn

- Để chứng minh đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ tại tiếp điểm C , ta có thể làm theo một trong hai cách
- Cách 1: Chứng minh C nằm trên (O) và $OC \perp a$ tại C .
- Cách 2: Kẻ $OH \perp a$ tại H và chứng minh $OH = OC = R$.

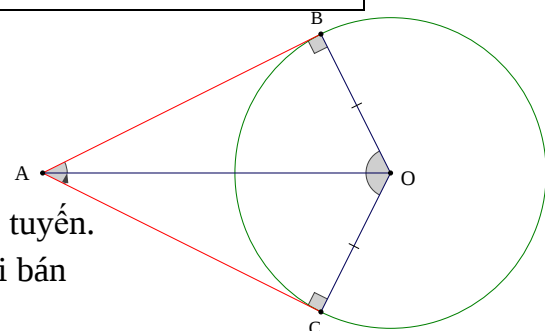
6. TÍNH CHẤT HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU.

1, ĐỊNH LÝ.

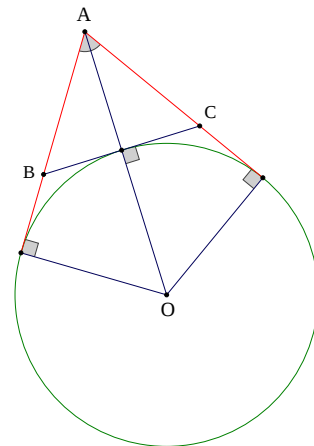
– Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại 1 điểm thì:

- + Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- + Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác tạo bởi hai tiếp tuyến.
- + Tia kẻ từ tâm tới điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua hai tiếp điểm.

– Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác gọi là đường tròn nội tiếp tam giác.



– Đường tròn tiếp xúc với 1 cạnh và hai cạnh kéo dài của một tam giác gọi là đường trong bàng tiếp.



B. BÀI TẬP VẬN DỤNG.

Bài 1: Cho (O) , điểm A nằm bên ngoài đường tròn, kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm).

- Chứng minh $OA \perp MN$.
- Vẽ đường kính NOC, Chứng minh $MC \parallel AO$.
- Cho $OM = 3cm, OA = 5cm$. Tính các cạnh $\triangle AMN$.

Bài 2: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By, nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc tia Ax. Qua M kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt By tại N.

- Tính $\angle MON$.
- Chứng minh $MN = AM + BN$.
- Chứng minh $AM \cdot BN = R^2$.

Bài 3: Cho đường tròn $(O; R)$ lấy điểm A cách O một khoảng bằng $2R$. Kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Đường thẳng qua O và vuông góc với OB cắt AC tại K.

- Tính AB theo R.
- Tính số đo $\angle BOA$.
- Chứng minh $\triangle OAK$ cân tại K.

Bài 4: Cho ba điểm A, B, C theo thứ tự cùng nằm trên một đường thẳng, vẽ đường tròn $(O; R)$ có đường kính là BC. Từ A kẻ tia tiếp tuyến AM với đường tròn (M là tiếp điểm). Tiếp tuyến tại B của đường tròn cắt AM tại D. Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt đường thẳng AM ở E.

- Chứng minh $MD \cdot ME = R^2$.
- Chứng minh EC là tiếp tuyến của đường tròn.
- Chứng minh $DM \cdot AE = AD \cdot EM$

Bài 5: Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm ngoài đường tròn, Qua A vẽ các tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). vẽ đường kính BOD của (O) .

- Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng $DC \parallel OA$.
- Đường trung trực của BD cắt đường thẳng CD tại E. Chứng minh OCEA là hình thang cân.

Bài 6: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) .

- Chứng minh $OA \perp BC$ tại H và bốn điểm A, B, C, O cùng nằm trên 1 đường tròn.
- Vẽ đường kính BD của (O) , vẽ $CK \perp BD$ tại K. Chứng minh $AC \cdot CD = CK \cdot AO$.
- Tia AO cắt (O) tại M và N (M nằm giữa A và N). Chứng minh $MH \cdot NA = MA \cdot NH$.

Bài 7: Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với $(O; R)$ (B và C là hai tiếp điểm).

- Chứng minh 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn và $AO \perp BC$ tại H .
- Vẽ đường kính BD . Đường thẳng qua O và vuông góc với AD cắt tia BC tại E . Chứng minh $DC \parallel OA$ và $CD \cdot CO = AB \cdot CE$.
- Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB > AC$. Đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại D .

a/ Chứng minh: $AC^2 = CD \cdot CB$

b/ Đường vuông góc với OC kẻ từ A cắt OC tại F và cắt đường tròn tâm O tại E (E khác A). Chứng minh: CE là tiếp tuyến của (O)

c/ Gọi M là giao điểm của BE và AC , I là giao điểm của AD và BE , H là giao điểm của AE và BC , K là giao điểm của IH và AB . Chứng minh: C là trung điểm của AM từ đó suy ra H là trung điểm của IK .

Bài 9: Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC , lấy điểm A thuộc nửa đường tròn (O) (A khác B, C). Vẽ tiếp tuyến Bx với đường tròn nửa đường tròn (O) cắt tia CA tại D . Từ D kẻ tiếp tuyến DE với đường tròn (O) (E là tiếp điểm khác B). Gọi I là giao điểm của OD và BE .

a/ Chứng minh $OD \perp BE$

b/ Chứng minh $DI \cdot DO = DA \cdot DC$

c/ Kẻ EH vuông góc với BC tại H , EH cắt CD tại J . Chứng minh $IJ \parallel BC$.

Bài 10: Từ điểm A nằm ngoài (O, R) vẽ tiếp tuyến AB , dây cung BC vuông góc OA tại H .

- Chứng minh H là trung điểm BC và AC là tiếp tuyến (O) ?
- Vẽ đường kính BD của (O) , AD cắt (O) tại K . Chứng minh $AH \cdot AO = AK \cdot AD$?
- Chứng minh HC là phân giác $\angle DHK$?

Bài 11: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho $OA = 2R$. Từ A kẻ AM, AN là hai tiếp tuyến của (O) (M, N thuộc (O)). Gọi H là giao điểm của OA và MN .

a) Chứng minh OA vuông góc với MN và tính góc MAN .

b) Kẻ MD là đường kính của (O) , gọi E là giao điểm AD và đường tròn (O) .

Chứng minh: $AH \cdot AO = AE \cdot AD$ và $\angle AOE = \angle ADH$