

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

1. Định nghĩa : Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{k}{x}$ hay $xy = k$ (với k là hằng số khác 0) thì ta nói y **tỉ lệ nghịch** với x theo hệ số tỉ lệ k .

Từ công thức $y = \frac{k}{x}$ suy ra $x = \frac{k}{y}$

Chú ý :

- Khi đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số tỉ lệ k thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k , và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.
- Với hằng số $k > 0$, khi giá trị của x tăng lên m lần thì giá trị y giảm đi m lần và ngược lại khi $k < 0$
- Nếu viết $y = k \cdot \frac{1}{x}$ ($k \neq 0$) thì có tương ứng mới y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ k .

2. Tính chất

- Từ công thức $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) với mỗi giá trị của x có tương ứng một giá trị y . Trong đó x nhận các giá trị $x_1, x_2, x_3, \dots$ và y nhận các giá trị tương ứng $y_1, y_2, y_3, \dots$

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ:

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = \dots = k$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}; \quad \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1}; \quad \dots$$

3. Một số bài toán tỉ lệ nghịch

a. Bài toán về hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Để giải bài toán dạng này ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1: Xác định rõ các đại lượng và đặt ẩn phụ cho các đại lượng nếu cần
- Bước 2: Xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- Bước 2: Áp dụng công thức liên hệ và tính chất của hai đại lượng tỉ lệ nghịch, tính chất dãy tỉ số bằng nhau để giải quyết bài toán.

b. Bài toán tìm hai số biết chúng tỉ lệ nghịch với a và b

Giả sử cần tìm hai số x và y biết chúng tỉ lệ nghịch với a và b (a và b là các số đã biết). Khi đó ta có $ax = by$. Từ đó dựa vào điều kiện của x và y ta áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau một cách hợp lý để giải quyết bài toán.

Chú ý: Nếu hai số x và y tỉ lệ nghịch với a và b thì hai số x và y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{a}$ và $\frac{1}{b}$.

CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Dạng 1. Bài toán áp dụng công thức đại lượng tỉ lệ nghịch và dựa vào tính chất tỉ lệ nghịch để tìm các đại lượng

1. Dạng 1.1 Biểu diễn mối quan hệ tỉ lệ nghịch, xác định hệ số

I. Phương pháp giải:

- Nếu đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x theo hệ số k ($k \neq 0$) thì $y = \frac{k}{x}$ hay $xy = k$ (với k là hằng số khác 0) đồng thời x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k và $x = \frac{k}{y}$
- Nếu viết $y = k \cdot \frac{1}{x}$ ($k \neq 0$) thì có tương ứng mới y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ k .
- Hệ số tỉ lệ k là $k = x.y$

II. Bài toán.

Bài 1. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

- y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 2$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?
- y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Lời giải

- Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 2$ nên $y = \frac{2}{x}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = 2$
- Vì y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$ nên $y = \frac{0,5}{x} = \frac{1}{2x}$. Vậy x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = 0,5$

Bài 2. Biểu diễn mối quan hệ giữa hai đại lượng x và y biết rằng :

- y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = 4$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?
- y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = -6$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Lời giải

- Vì y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = 4$ nên $y = \frac{4}{x}$. Nên x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = 4$
- y tỉ lệ thuận với $\frac{1}{x}$ theo hệ số tỉ lệ $k = -6$ nên $y = \frac{-6}{x}$. Nên x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $k = -6$

Bài 3. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = \frac{-8}{3}$ thì $y = 12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x .

b) Hãy biểu diễn y theo x .

c) Tính giá trị của y khi $x = -16; x = \frac{2}{5}$.

d) Tính giá trị của x khi $y = 4; y = \frac{-32}{7}$.

Lời giải

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch nên $x.y = a$.

a) Khi $x = \frac{-8}{3}$ thì $y = 12$ nên $a = \frac{-8}{3} \cdot 12 = -32$.

b) $y = \frac{a}{x}$ mà $a = -32$ nên $y = \frac{-32}{x}$.

c) Khi $x = -16$ thì $y = \frac{-32}{-16} = 2$.

Khi $x = \frac{2}{5}$ thì $y = \frac{-32}{\frac{2}{5}} = -80$.

d) Khi $y = 4$ thì $x = \frac{-32}{4} = -8$.

Khi $y = \frac{-32}{7}$ thì $x = \frac{-32}{\frac{-32}{7}} = 7$.

Bài 4. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x và khi $x = 4$ thì $y = \frac{1}{3}$.

a. Tìm hệ số tỉ lệ

b. Biểu diễn x theo y

c. Tính giá trị của x khi

$$y = 1, y = -2$$