

## ĐẠI SỐ

### CHỦ ĐỀ 3: PHÉP CHIA ĐA THỨC.

#### 1. CHIA ĐƠN THỨC CHO ĐƠN THỨC

Quy tắc:

Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B ( trường hợp A chia hết cho B) ta làm như sau:

- Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B
- Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của từng biến trong B
- Nhân các kết quả vừa tìm được với nhau.

**Chú ý:** Với mọi  $x \neq 0, m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$  thì:  $x^m : x^n = x^{m-n}$

**Ví dụ 1:** Điền số hoặc biến thích hợp vào chỗ trống (...) để thực hiện phép chia.

$$a) 15x^7 : 5x^2 = \frac{15x^7}{5x^2} = \frac{15}{\dots} \cdot \frac{\dots}{\dots} = 3x^{7-2} = 3x^5.$$

$$b) 18x^5y^3 : 12x^3y^2 = \frac{18}{12} \cdot \frac{x^5}{\dots} \cdot \frac{\dots}{y^2} = \frac{3}{2} \dots$$

**HƯỚNG DẪN:**

$$a) 15x^7 : 5x^2 = \frac{15x^7}{5x^2} = \frac{15}{5} \cdot \frac{x^7}{x^2} = 3x^{7-2} = 3x^5$$

$$\begin{aligned} b) 18x^5y^3 : (12x^3y^2) &= \frac{18x^5y^3}{12x^3y^2} = \frac{18}{12} \cdot \frac{x^5}{x^3} \cdot \frac{y^3}{y^2} \\ &= \frac{3}{2}x^{5-3}y^{3-2} = \frac{3}{2}x^2y \end{aligned}$$

**Ví dụ 2:** Làm tính chia:

$$a) x^4 : x^2$$

$$b) 18x^9 : 3x^4$$

$$c) 25x^3y^6 : 5xy^6$$

$$d) 15x^5y : 9x^2$$

**Giải:**

$$a) x^4 : x^2 = x^2$$

$$b) 18x^9 : 3x^4 = 6x^5$$

$$c) 25x^3y^6 : 5xy^6 = 5x^2$$

$$d) 15x^5y : 9x^2 = \frac{5}{3}x^3y$$

**Nhận xét:** Đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A.

**Ví dụ:** Tính giá trị của biểu thức:

$$a) A = 6x^5y^7z^{10} : 3x^2y^6z^{10} \quad \text{với } x = 2, y = -8, z = 2008$$

$$b) B = \frac{-3}{4}a^5b^3c^2 : \frac{-3}{2}a^2b^2c \quad \text{với } a = -2, b = 3, c = \frac{1}{2}$$

**Hướng dẫn:**

$$a) A = 6x^5y^7z^{10} : 3x^2y^6z^{10} = 2x^3y$$

$$\text{Với } x = 2, y = -8 \Rightarrow A = 2 \cdot 2^3 \cdot (-8) = -128$$

### **BÀI TẬP: Bài 1 trang 45 TLDH**

Thực hiện phép chia:

$$a) 2x^2 : x$$

$$b) 5x^4 : 2x^2 ;$$

$$c) (-8x^2) : 4x ;$$

$$d) xy^3z^4 : (-3xyz) ;$$

$$e) \frac{2}{3}x^3y^4 : \left( \frac{-4}{9}x^2y^3 \right) .$$

## 2. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

**Quy tắc:** Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả lại với nhau.

**Ví dụ 1:** Thực hiện phép tính:

$$(21x^2y^4 + 15x^3y^2 - 11xy^3) : 3xy^2$$

**Giải:**

$$(21x^2y^4 + 15x^3y^2 - 11xy^3) : 3xy^2$$

$$= (21x^2y^4 : 3xy^2) + (15x^3y^2 : 3xy^2) + (-11xy^3 : 3xy^2) = 7xy^2 + 5x^2 - \frac{11}{3}y.$$

Đa thức  $7xy^2 + 5x^2 - \frac{11}{3}y$  là thương của phép chia đa thức

$21x^2y^4 + 15x^3y^2 - 11xy^3$  cho đơn thức  $3xy^2$

### BÀI TẬP:

**Bài 2 trang 45 TLDH :** Thực hiện phép chia:

a)  $(6x - 3) : 3;$

b)  $(4x^2 - 6x) : 2x;$

c)  $(15x^3 + 10x^2) : 5x;$

d)  $(3x^3 - 9x^2 + 6x) : 3x;$

e)  $(14x^4 + 21x^3 - 7x^5) : 7x^3;$

f)  $(12x^2y^3 - 15x^4y^3 + 9x^2y^2) : 3x^2y.$

### HƯỚNG DẪN

$$e) (14x^4 + 21x^3 - 7x^5) : (7x^3) = \frac{14x^4}{7x^3} + \frac{21x^3}{7x^3} - \frac{7x^5}{7x^3} = 2x + 3 - x^2$$

$$f) (12x^2y^3 - 15x^4y^3 + 9x^2y^2) : (3x^2y) = \frac{12x^2y^3}{3x^2y} - \frac{15x^4y^3}{3x^2y} + \frac{9x^2y^2}{3x^2y} \\ = 4y^2 - 5x^2y^2 + 3y$$

### 3. CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN ĐÃ SẮP XẾP

#### 1. Phép chia hết.

Ví dụ : Chia đa thức  $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 6)$  cho đa thức  $(x - 3)$ .

Giải

Muốn chia đa thức  $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 6)$  cho đa thức  $(x - 3)$  ta làm như sau :

Đặt phép chia 
$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 \\ \hline x - 3 \end{array}$$

- Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia :

$$2x^3 : x = 2x^2$$

Ta nhân kết quả tìm được  $2x^2$  với đa thức chia rồi lấy đa thức bị chia trừ đi tích nhận được :

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 \\ - (2x^3 - 6x^2) \\ \hline 3x^2 - 11x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} x - 3 \\ \hline 2x^2 \end{array}$$

← đa thức dư thứ nhất

Hiệu vừa tìm được gọi là đa thức dư thứ nhất.

- Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức dư thứ nhất cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức

Chia:  $3x^2 : x = 3x$

Lấy đa thức dư thứ nhất trừ đi tích của  $3x$  với đa thức chia ta được đa thức dư thứ hai

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 \\ - (2x^3 - 6x^2) \\ \hline 3x^2 - 11x + 6 \\ - (3x^2 - 9x) \\ \hline -2x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} x - 3 \\ \hline 2x^2 + 3x \end{array}$$

← đa thức dư thứ nhất

← đa thức dư thứ hai

$$\begin{array}{r} -2x + 6 \\ - (-2x + 6) \\ \hline 0 \end{array}$$

- Dư cuối cùng bằng 0, ta được thương là  $2x^2 + 3x - 2$ . Khi đó :

$$(2x^3 - 3x^2 - 11x + 6) : (x - 3) = 2x^2 + 3x - 2.$$

Phép chia có dư bằng 0 là phép chia hết.

## 2. Phép chia có dư

Ví dụ : Thực hiện phép chia đa thức  $(2x^3 - 3x^2 + 9x + 10)$  cho đa thức  $(x^2 - 2x + 3)$ .

Làm tương tự như trên, ta được

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 3x^2 + 9x + 10 & x^2 - 2x + 3 \\ - 2x^3 - 4x^2 + 6x & 2x + 1 \\ \hline x^2 + 3x + 10 & \\ - x^2 - 2x + 3 & \\ \hline 5x + 7 & \end{array}$$

Ta thấy đa thức dư  $5x + 7$  có bậc bằng 1 nhỏ hơn bậc của đa thức chia (bằng 2) nên phép chia không thể tiếp tục được.

Phép chia trong trường hợp này được gọi là *phép chia có dư*,  $5x + 7$  gọi là *dư* và ta có :

$$2x^3 - 3x^2 + 9x + 10 = (x^2 - 2x + 3)(2x + 1) + 5x + 7.$$

### Chú ý

Người ta chứng minh được rằng đối với hai đa thức tùy ý A và B của cùng một biến ( $B \neq 0$ ), tồn tại duy nhất một cặp đa thức Q và R sao cho  $A = B.Q + R$ , trong đó R bằng 0 hoặc bậc của R nhỏ hơn bậc của B (R được gọi là dư trong phép chia A cho B).

Khi  $R = 0$  phép chia A cho B là phép chia hết.

## BÀI TẬP:

### Bài 3: trang 45 TLDH

Thực hiện phép chia:

a)  $(x^2 + 3x - 4) : (x - 1)$

b)  $(3x^2 + 20x - 32) : (3x - 4) ;$

c)  $(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) : (x - 3) ;$

d)  $(x^3 + 5x^2 - x - 5) : (x^2 - 1)$

### Hướng dẫn: a)

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 3x - 4 & x - 1 \\ - x^2 - x & x + 4 \\ \hline 4x - 4 & \\ - 4x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

### b)

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 + 20x - 32 & 3x - 4 \\ - 3x^2 - 4x & x + 8 \\ \hline 24x - 32 & \\ - 24x - 32 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

## LUYỆN TẬP

**Bài 1:** Sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến rồi làm phép chia:

a)  $(x^3 - 7x + 3 - x^2) : (x - 3)$ ;

b)  $(2x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 2 + 6x) : (x^2 - 2)$

**Hướng dẫn :**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a/</p> $  \begin{array}{r}  \underline{x^3 - x^2 - 7x + 3} \quad   \quad \begin{array}{l} x - 3 \\ \hline x^2 + 2x - 1 \end{array} \\  - \underline{x^3 - 3x^2} \\  \hline  2x^2 - 7x + 3 \\  - \underline{2x^2 - 6x} \\  \hline  -x + 3 \\  - \underline{-x + 3} \\  \hline  0  \end{array}  $ <p>Vậy <math>(x^3 - x^2 - 7x + 3) : (x - 3)</math><br/> <math>= x^2 + 2x - 1</math></p> | <p>b/</p> $  \begin{array}{r}  \underline{2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2} \quad   \quad \begin{array}{l} x^2 - 2 \\ \hline 2x^2 - 3x + 1 \end{array} \\  - \underline{2x^4 - 4x^2} \\  \hline  -3x^3 + x^2 + 6x - 2 \\  - \underline{-3x^3 + 6x} \\  \hline  x^2 - 2 \\  - \underline{x^2 - 2} \\  \hline  0  \end{array}  $ <p><math>(2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2) : (x^2 - 2)</math><br/> <math>= 2x^2 - 3x + 1.</math></p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Vậy  $(x^3 - x^2 - 7x + 3) : (x - 3) = x^2 + 2x - 1$

$(2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2) : (x^2 - 2) = 2x^2 - 3x + 1.$

**Bài 2.** Áp dụng hằng đẳng thức đáng nhớ để thực hiện phép chia:

a)  $(x^2 + 2xy + y^2) : (x + y)$

b)  $(125x^3 + 1) : (5x + 1)$

c)  $(x^2 - 2xy + y^2) : (y - x)$

**Hướng dẫn :**

|                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{aligned} \text{a) } & (x^2 + 2xy + y^2) : (x + y) \\ &= (x + y)^2 : (x + y) \\ &= x + y \end{aligned}$                   | $\begin{aligned} \text{b) } & (125x^3 + 1) : (5x + 1) \\ &= [(5x)^3 + 1] : (5x + 1) \\ &= (5x + 1)[(5x)^2 - 5x + 1] : (5x + 1) \\ &= (5x)^2 - 5x + 1 \\ &= 25x^2 - 5x + 1 \end{aligned}$ |
| $\begin{aligned} \text{c) } & (x^2 - 2xy + y^2) : (y - x) \\ &= (x - y)^2 : [-(x - y)] \\ &= -(x - y) \\ &= y - x \end{aligned}$ | $\begin{aligned} & \text{Hoặc } (x^2 - 2xy + y^2) : (y - x) \\ &= (y^2 - 2yx + x^2) : (y - x) \\ &= (y - x)^2 : (y - x) \\ &= y - x \end{aligned}$                                       |

## ÔN TẬP CHƯƠNG 1

### Bài 1 : Thực hiện phép tính :

- a)  $3x(5x^2 - 3x + 2)$  ;  
b)  $\frac{3}{5}x^2y(2x^3y + 5xy - 10y^2)$  ;  
c)  $(4x + 3)(x^2 + 7x - 2)$  ;  
d)  $(x - 3y)(2xy - 5y^2 + 4x)$ .

### Hướng dẫn :

- a) 
$$\begin{aligned} & 3x(5x^2 - 3x + 2) \\ &= 3x \cdot 5x^2 + 3x(-3x) + 3x \cdot 2 \\ &= 15x^3 - 9x^2 + 6x \end{aligned}$$
- b) 
$$\begin{aligned} & \frac{3}{5}x^2y(2x^3y + 5xy - 10y^2) \\ &= \frac{3}{5}x^2y \cdot 2x^3y + \frac{2}{3}x^2y \cdot 5xy + \frac{3}{5}x^2y(-10y^2) \\ &= \frac{6}{5}x^5y^2 + 3x^3y^2 - 6x^2y^3 \end{aligned}$$
- c) 
$$\begin{aligned} & (4x + 3)(x^2 + 7x - 2) \\ &= 4x^3 + 28x^2 - 8x + 3x^2 + 21x - 6 \\ &= 4x^3 + 31x^2 + 13x - 6 \end{aligned}$$
- d) 
$$\begin{aligned} & (x - 3y)(2xy - 5y^2 + 4x) \\ &= 2x^2y - 5xy^2 + 4x^2 - 6xy^2 + 15y^3 - 12xy \\ &= 2x^2y - 11xy^2 + 4x^2 + 15y^3 - 12xy \end{aligned}$$



## Bài 2 : thực hiện phép tính:

- a)  $x(x + 3) - x(x - 2)$
- b)  $(x + 1)^2 - (x + 1)(x - 1)$
- c)  $(2x + y)^2 - (2x - y)(2x + y)$
- d)  $(x - 1)^2 + (x + 1)(x - 1)$
- e)  $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$
- f)  $(2x^3 + 3x^2 + x) : (x^2 + x)$
- g)  $(6x^3 - 7x^2 - x + 2) : (2x + 1)$
- h)  $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 22x + 15) : (x^2 - 2x + 3)$

### Hướng dẫn:

g)

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 - 7x^2 - x + 2 & 2x + 1 \\ - 6x^3 + 3x^2 & 3x^2 - 5x + 2 \\ \hline -10x^2 - x + 2 & \\ - -10x^2 - 5x & \\ \hline 4x + 2 & \\ - 4x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 22x + 15 & x^2 - 2x + 3 \\ - x^4 - 2x^3 + 3x^2 & x^2 - 4x + 5 \\ \hline -4x^3 + 13x^2 - 22x + 15 & \\ - -4x^3 + 8x^2 - 12x & \\ \hline 5x^2 - 10x + 15 & \\ - 5x^2 - 10x + 15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Vậy: g)  $(6x^3 - 7x^2 - x + 2) : (2x + 1) = 3x^2 - 5x + 2$

h)  $(x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 22x + 15) : (x^2 - 2x + 3) = x^2 - 4x + 5$

## Bài 3 :

Tính giá trị biểu thức:

a)  $A = x^2 + 9y^2 - 6xy$  tại  $x = \frac{2}{3}$  và  $y = \frac{5}{9}$

b)  $B = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)$  tại  $x = 5$  và  $y = \frac{3}{2}$ .



### Hướng dẫn:

a)  $A = x^2 + 9y^2 - 6xy = x^2 - 2.x.3y + (3y)^2 = (x - 3y)^2$

Giá trị của biểu thức A tại  $x = \frac{2}{3}$ ;  $y = \frac{5}{9}$  là  $\left(\frac{2}{3} - 3.\frac{5}{9}\right)^2 = (-1)^2 = 1$

b)

$$\begin{aligned} B &= (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) \\ &= (x - 2y)[x^2 + x.2y + (2y)^2] \\ &= x^3 - (2y)^3 = x^3 - 8y^3 \end{aligned}$$

Giá trị của biểu thức B tại  $x = 5$ ;  $y = \frac{3}{2}$  là  $5^3 - 8\left(\frac{3}{2}\right)^3 = 125 - 8.\frac{27}{8} = 98$ .

### Bài 4 : phân tích đa thức thành nhân tử

a)  $x^2 + x$

b)  $x^2 - 5x + xy - 5y$

c)  $4x^2 - y^2 + 2y - 1$

d)  $7x^2 - 28x + 28$

e)  $x^2 - xy + x - y$

f)  $a^2 - b^2 - 5a + 5b$

g)  $x^2 - 6xy - 25 + 9y^2$

h)  $49 - y^2 - x^2 + 2xy$

i)  $x^3 - 2x^2 + x - xy^2$

### Bài 5 : Tìm x

a)  $(x + 5) - (x + 2)(x - 1) = 0$

b)  $(2x - 1)^2 - 4x(x + 2) = 0$

c)  $(x+2)^2 - (x-2)(x+2) = 0$

**Giải:**

$$c) (x+2)^2 - (x-2)(x+2) = 0$$

$$(x+2)[(x+2) - (x-2)] = 0$$

$$4(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

## CHƯƠNG 2 – PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

### CHỦ ĐỀ 4: ĐỊNH NGHĨA – CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI PHÂN THỨC

#### 1. PHÂN THỨC

Một phân thức ( hay phân thức đại số là một biểu thức có dạng  $\frac{A}{B}$ , trong đó  $A, B$  là những đa thức và  $B$  khác đa thức 0.

$A$  được gọi là tử thức,  $B$  là mẫu thức

**Hai phân thức bằng nhau:**

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \text{ nếu } A.D = B.C$$

**VD:** xét các cặp phân thức sau có bằng nhau không ?

$$a) \frac{x^4 y^5}{7} \text{ và } \frac{3x^6 y^6}{21x^2 y}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } x^4 y^5 \cdot 21x^2 y &= 21x^6 y^6 \Leftrightarrow 7 \cdot 3x^6 y^6 = 21x^6 y^6 \\ &\Rightarrow x^4 y^5 \cdot 21x^2 y = 7 \cdot 3x^6 y^6 \end{aligned}$$

$$b) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} \text{ và } \frac{x+2}{x}$$

$$c) \frac{x^2(x-5)^3}{x(x-5)^5} \text{ và } \frac{x}{(x-5)^2}$$

## 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC :

$$\frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M} \quad (M \text{ khác } 0) \Rightarrow \text{dùng để quy đồng phân thức đại số}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{A:N}{B:N} \quad (\text{với } N \text{ là nhân tử chung của } A \text{ và } B) \Rightarrow \text{dùng để rút gọn PTĐS}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} \quad (\text{qui tắc đổi dấu})$$

## BÀI TẬP: BÀI 7; 8 TLDH trang 61

## 3. RÚT GỌN PHÂN THỨC

**Phương pháp:**

*Muốn rút gọn một phân thức ta làm như sau:*

*-Phân tích tử và mẫu (nếu có) thành nhân tử để tìm nhân tử chung.*

*-Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.*

+ **Tổng quát** :  $\frac{A}{B} = \frac{a.m}{b.m} = \frac{a}{b}$

+ **Lưu ý** :  $(a+b) = (b+a)$  ;  $(a-b) = -(b-a)$

**Ví dụ: Rút gọn phân thức sau:**

a)  $\frac{4x^3}{10x^2y} = \frac{2x}{5y}$

b)  $\frac{10xy^5(2x-3y)}{12xy(2x-3y)} = \frac{5y^4}{6}$

c)  $\frac{x^2+2x+1}{5x^3+5x^2} = \frac{(x+1)^2}{5x^2(x+1)} = \frac{x+1}{5x^2}$

d)  $\frac{2x^2+2x}{x+1} = \frac{2x(x+1)}{(x+1)} = 2x$

e)  $\frac{3(x-y)}{y-x} = \frac{-3(y-x)}{y-x} = -3$

f)  $\frac{x^2-x}{1-x} = \frac{x(x-1)}{-(x-1)} = -x$

**Bài tập: Rút gọn phân thức sau**

a)  $\frac{6x^2y^2}{8xy^5}$ ;

b)  $\frac{3(x-y)(x-z)^2}{6(x-y)(x-z)}$ ;

c)  $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$ ;

d)  $\frac{3x(1-x)}{15(x-1)}$ ;

e)  $\frac{x^2+6x+9}{3x+9}$ ;

f)  $\frac{15x^3y^2}{35x^6y^4}$

g)  $\frac{2x+6}{(x+3)(x-2)}$  ;

h)  $\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$  ;

i)  $\frac{9x^2-16}{3x^2-4x}$ ;

j)  $\frac{2x-x^2}{x^2-4}$  ;

k)  $\frac{3x^2+6x+12}{x^3-8}$ ;

l)  $\frac{x^2-xy-x+y}{x^2+xy-x-y}$

## HÌNH HỌC:

### CHỦ ĐỀ 2: HÌNH BÌNH HÀNH, HÌNH CHỮ NHẬT, HÌNH THOI, HÌNH VUÔNG.

#### 1. ĐỐI XỨNG TRỤC

#### 2. HÌNH BÌNH HÀNH

#### 3. ĐỐI XỨNG TÂM

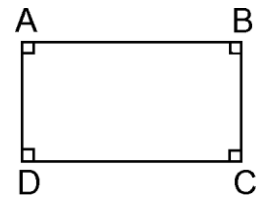
#### 4. HÌNH CHỮ NHẬT

**Định nghĩa:** Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Tứ giác ABCD là hình chữ nhật  $\Leftrightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

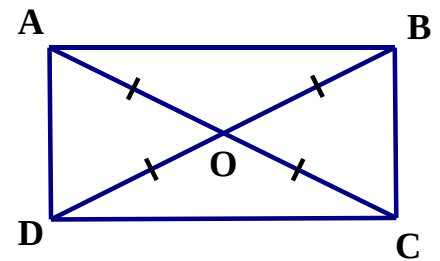
Hình chữ nhật ABDC là một hình bình hành

Hình chữ nhật ABCD là một hình thang cân



**Tính chất:**

- Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành và hình thang cân
- Trong hình chữ nhật 2 đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường



**Dấu hiệu nhận biết:**

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

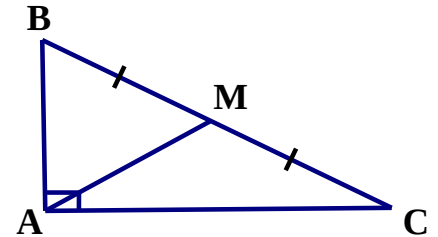
### Áp dụng vào tam giác vuông

a) Trong tam giác vuông đường trung tuyến ứng với cạnh huyền thì bằng nửa cạnh huyền.

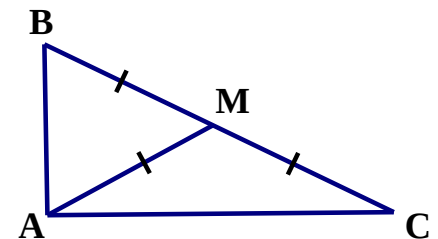
b) Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

VD:

+ Nếu tam giác ABC vuông tại A và M là trung điểm cạnh BC thì  $AM=BM=CM=BC/2$



+ Nếu tam giác ABC có M là trung điểm BC và  $AM=BC/2$  thì  $\triangle ABC$  vuông tại A.



### BÀI TẬP:

**Bài 1:** Tính độ dài đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của một tam giác vuông có các cạnh góc vuông bằng 7cm và 24 cm.

Giả sử  $\triangle ABC$  vuông tại A có  $AB = 24$  cm,  $AC = 7$ cm. Gọi M là trung điểm của BC.

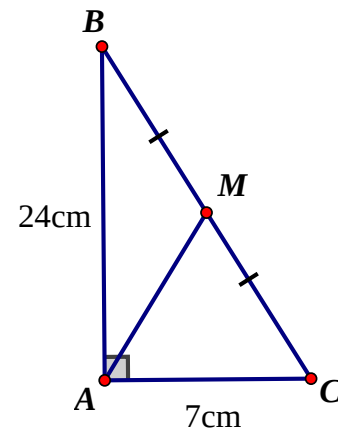
$\triangle ABC$  vuông tại A, theo định lý Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 24^2 + 7^2$$

$$= 625 = 25^2 \Rightarrow BC = 25(\text{cm})$$

$\triangle ABC$  vuông tại A có AM là đường trung tuyến

$$\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 (\text{cm})$$



**Bài 2 :** Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với H qua I. Tứ giác AHCE là hình gì? Vì sao ?

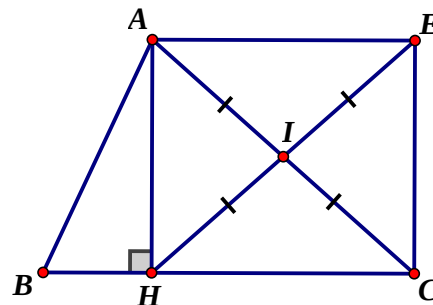
**Giải:**

Tứ giác AHCE có:

- $\left\{ \begin{array}{l} I \text{ là trung điểm của } AC \text{ (gt)} \\ I \text{ là trung điểm của } HE \text{ (E đối xứng với H qua I)} \end{array} \right.$

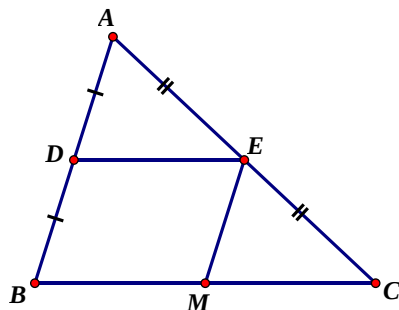
$\Rightarrow$  AHCE là hình bình hành mà

$\widehat{AHC} = 90^\circ$  ( $AH \perp BC$ )  $\Rightarrow$  AHCE là hình chữ nhật.



**Bài 3 :** Cho tam giác ABC có D và E lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC.

- a) Chứng minh:  $DE \parallel BC$  và  $2DE = BC$
- b) Qua E kẻ  $EM \parallel AB$  ( $M \in BC$ ). Chứng minh: Điểm B đối xứng với điểm C qua điểm M.



Giải:

- a)  $\Delta ABC$  có:  $\left\{ \begin{array}{l} D \text{ là trung điểm của } AB \\ E \text{ là trung điểm của } AC \end{array} \right.$

$$\Rightarrow DE \text{ là đường trung bình của } \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} DE \parallel BC \\ DE = \frac{1}{2}BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DE \parallel BC \\ BC = 2DE \end{cases}$$

- b).  $\Delta ABC$  có:  $\left\{ \begin{array}{l} E \text{ là trung điểm của } AC \\ EM \parallel AB \text{ (gt)} \end{array} \right.$

$\Rightarrow M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow B$  đối xứng với  $C$  qua điểm  $M$ .

**Bài 4 ::** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ) có AH là đường cao. Từ H vẽ HM vuông góc với cạnh AC tại M, vẽ HD vuông góc với cạnh AB tại D.

- a) Chứng minh: Tứ giác ADHM là hình chữ nhật.

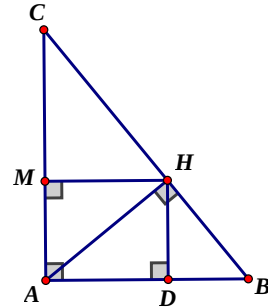


- b) Trên tia đối của tia AC lấy điểm N sao cho  $AN = AM$ . Chứng minh tứ giác ANDH là hình bình hành.
- c) Gọi F là trung điểm của BH, gọi E là giao điểm của AH và DM. Chứng minh:  $FE \perp AC$ .
- d) Gọi I là điểm đối xứng của B qua A. Chứng minh:  $CE \perp HI$ .

**Giải: a)** Tứ giác ADHM có:

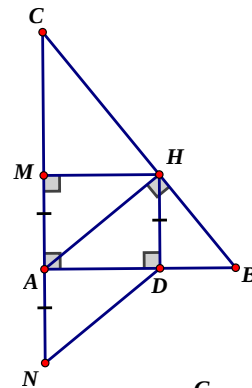
$$\widehat{MAD} = \widehat{ADH} = \widehat{AMH} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$\Rightarrow$  ADHM là hình chữ nhật  $\Rightarrow HD \parallel MA, HD = MA$ .



**b)**  $\begin{cases} HD = MA \text{ (cmt)} \\ AN = MA \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow HD = AN$

mà  $HD \parallel AN$  ( $HD \parallel AM$ , N thuộc AM)  
 $\Rightarrow$  ANDH là hình bình hành.



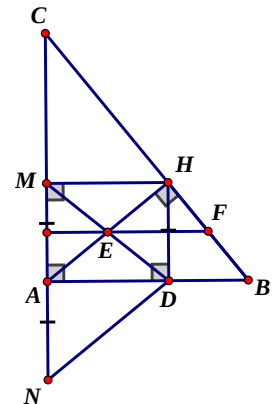
**c)** ADHM là hình chữ nhật

$\Rightarrow$  E là trung điểm của HA và MD.

$\triangle HAB$  có:  $\begin{cases} E \text{ là trung điểm của HA} \\ F \text{ là trung điểm của HB} \end{cases}$

$\Rightarrow FE$  là đường trung bình của  $\triangle HAB$

$\Rightarrow FE \parallel AB$  mà  $AB \perp AC \Rightarrow FE \perp AC$ .

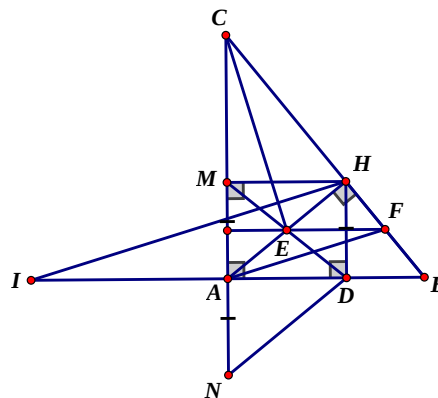


**d).**  $\triangle ACF$  có hai đường cao AE và FE ( $AE \perp CF, FE \perp AC$ ) cắt nhau tại E  $\Rightarrow$  E là trực tâm của  $\triangle ACF \Rightarrow CE$  là đường cao thứ ba của  $\triangle ACF \Rightarrow CE \perp AF$  (1)

$\triangle BHI$  có:

$\begin{cases} F \text{ là trung điểm của BH} \\ A \text{ là trung điểm của BI (I đối xứng với B qua A)} \end{cases}$

$\Rightarrow AF$  là đường trung bình của  $\triangle BHI$   
 $\Rightarrow AF \parallel HI$  (2)  
 Từ (1) và (2)  $\Rightarrow CE \perp HI$  (đpcm).

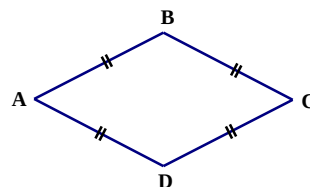


**Bài tập làm thêm 15; 16; 17; 18; 19 trang 135 TLDH**

## 5. HÌNH THOI

### **Định nghĩa**

- Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau. ( $AB=BC=CD=DA$ )
- Hình thoi cũng là hình bình hành.

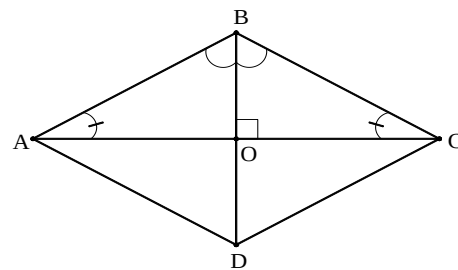


### **Tính chất của hình thoi :**

**Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành.**

- Về cạnh : Các cạnh đối song song và bằng nhau.
- Về góc : Các góc đối bằng nhau.
- Về đường chéo : Hai đường chéo vuông góc với nhau.

Hai đường chéo là các đường phân giác các góc của hình thoi.



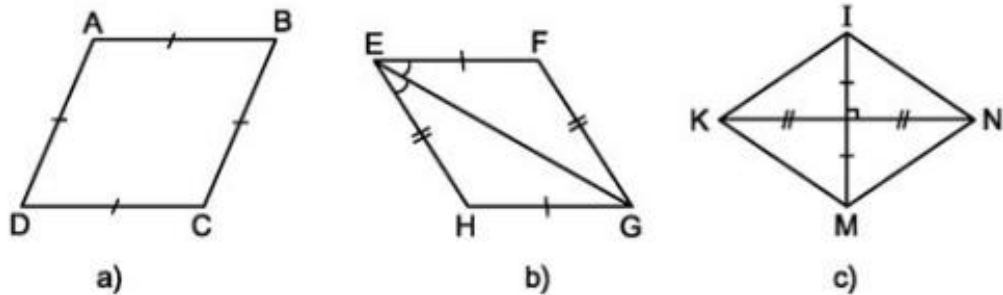
### **Dấu hiệu nhận biết hình thoi :**

- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi
- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

### **BÀI TẬP:**

**Bài 73 (trang 106 SGK Toán 8 Tập 1):**

**73.** Tìm các hình thoi trên hình 102.



– Hình 102a: ABCD là hình thoi vì có  $AB = BC = CD = DA$  (dấu hiệu 1).

– Hình 102b: EFGH là hình thoi vì :  $EF = GH$  và  $EH = FG \Rightarrow EFGH$  là hình bình hành

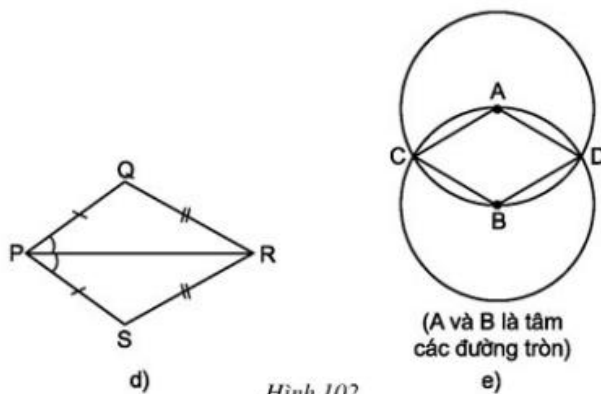
Lại có EG là tia phân giác của góc HEF

$\Rightarrow EFGH$  là hình bình hành. (Dấu hiệu 4).

- Hình 102c: KINM là hình thoi vì : IKMN có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

$\Rightarrow IKMN$  là hình bình hành.

Lại có  $IM \perp KN \Rightarrow IKMN$  là hình thoi. (Dấu hiệu 3).



Hình 102

- Hình 102d : Tứ giác trên hình không là hình thoi vì 4 cạnh không bằng nhau.

– Hình 102e:  $ADBC$  là hình thoi vì:

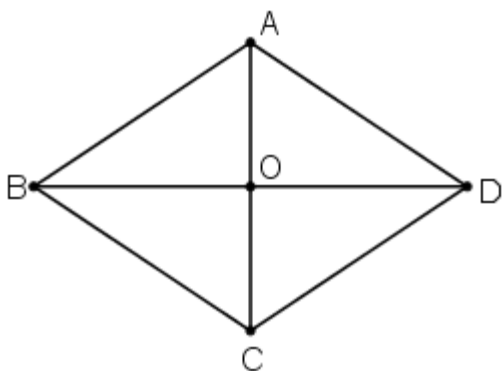
$AC = AD = AB$  ( $C, B, D$  cùng thuộc đường tròn tâm  $A$ ).

$BC = BA = BD$  ( $A, C, D$  cùng thuộc đường tròn tâm  $B$ )

$\Rightarrow AC = CB = BD = DA. \Rightarrow ACBD$  là hình thoi (dấu hiệu 1).

**Bài 74 (trang 106 SGK Toán 8 Tập 1):** Hai đường chéo của một hình thoi bằng 8cm và 10cm. Cạnh của hình thoi bằng giá trị nào trong các giá trị sau:

A. 6cm ;      B.  $\sqrt{41}$  cm ;      c)  $\sqrt{164}$ cm ;      d) 9cm



**Hướng dẫn :**

- Gọi  $ABCD$  là hình thoi,  $O$  là giao điểm hai đường chéo.

$\Rightarrow O$  là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ .

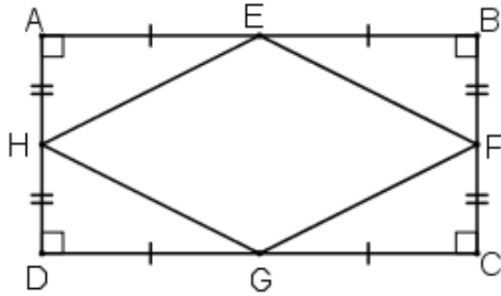
$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$= \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2 = 4^2 + 5^2 = 41$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{41}\text{cm}$$

Vậy chọn đáp án là **B**.

**Bài 75 (trang 106 SGK Toán 8 Tập 1):** Chứng minh rằng các trung điểm của bốn cạnh của một hình chữ nhật là các đỉnh của một hình thoi.



**Hướng dẫn :**

\* Xét tam giác ABD có E và H lần lượt là trung điểm của AB và AD

=> EH là đường trung bình của tam giác

$$\Rightarrow EH = \frac{BD}{2} \quad (1)$$

\* Chứng minh tương tự, ta có:

$$FG = \frac{BD}{2}; EF = \frac{AC}{2}; HG = \frac{AC}{2} \quad (2)$$

\* Lại có, ABCD là hình chữ nhật nên  $AC = BD$  (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra:  $EF = FG = GH = HE$

=> tứ giác EFGH là hình thoi (dấu hiệu 1).

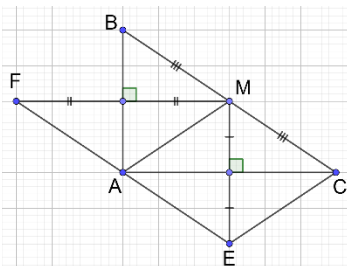
### LUYỆN TẬP (HÌNH THOI)

**Câu 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A có M là trung điểm BC. Lấy E đối xứng vs M qua AC và M đối xứng vs M qua AB

a) Chứng minh: Tứ giác AMCE là hình thoi

b) Chứng minh: E đối xứng F qua A

Hướng dẫn:



a) Gọi H là giao điểm của AC và ME.

Chứng minh: H là trung điểm AC

Chứng minh: AMCE là hình thoi ( Theo dấu hiệu hình bình hành có 2 đường chéo vuông góc)

b) Chứng minh: Tứ giác AFBM là hình bình hành

Suy ra  $AF \parallel MB$  và  $AF = BM$

Mà  $AE \parallel MC$  và  $AE = MC$  (vì AMCE là hình thoi, cmt)

$\Rightarrow F, A, E$  thẳng hàng (vì B, M, C thẳng hàng) ;  $AF = AE$  (vì  $BM = MC$ )

$\Rightarrow$  Đpcm

$\Rightarrow$  **BÀI TẬP LÀM THÊM: 24; 25; 26; 27 trang 136; 137 TLDH**

## 6. HÌNH VUÔNG

### **Định nghĩa:**

Hình vuông là tứ giác có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau.

Tứ giác ABCD là hình vuông  $\Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} \\ AB = BC = CD = DA \end{cases}$

**Nhận xét:** Hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.

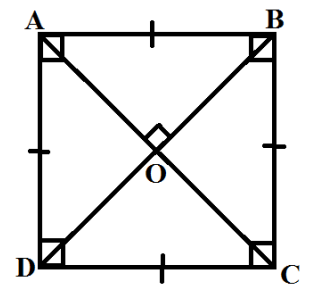
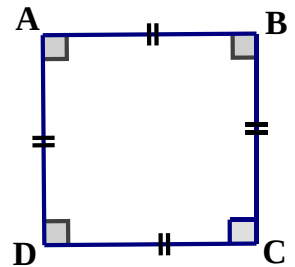
### **Tính chất:**

Hình vuông có tất cả tính chất của

hình chữ nhật và hình thoi.

### **Dấu hiệu nhận biết hình vuông:**

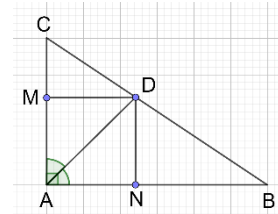
- ❶ Hình chữ nhật có 2 cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- ❷ Hình chữ nhật có 2 đường chéo vuông góc nhau là hình vuông.
- ❷ Hình chữ nhật có 2 đường chéo vuông góc nhau là hình vuông.
- ❸ Hình chữ nhật có 1 đường chéo là đường phân giác của 1 góc là hình vuông.
- ❹ Hình thoi có 1 góc vuông là hình vuông.
- ❺ Hình thoi có 2 đường chéo bằng nhau là hình vuông.



### Bài tập:

**Câu 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác AD. Gọi M, N theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ D đến AB, AC. Chứng minh rằng tứ giác AMDN là hình vuông ?

**Hướng dẫn:** Dùng dấu hiệu hình chữ nhật có 1 đường chéo là tia phân giác của một góc là hình vuông.



**Câu 2:** Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh DC lấy điểm E, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho  $DE = CF$ . Chứng minh rằng  $AE = DF$  và  $AE \perp DF$  ?

**Hướng dẫn:** Chứng minh:  $\triangle ADE = \triangle CDF$  (c-g-c)

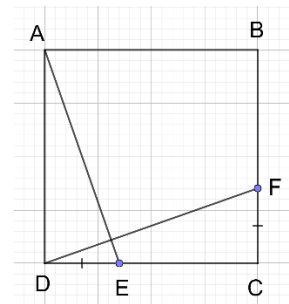
$\Rightarrow AE = DF$  (cạnh tương ứng)

Gọi M là giao điểm của AE và DF

Vì  $\triangle ADE = \triangle CDF$  (cmt)  $\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{DFC}$

và  $\widehat{DAM} = \widehat{CDF}$  Mà  $\widehat{CDF} + \widehat{DFC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ADM} + \widehat{DAM} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADM$  vuông tại M  $\Rightarrow$  Đpcm



**BÀI TẬP LÀM THÊM: 29; 30; 31; 32 trang 136; 137 TLDH**