

CHỦ ĐỀ 2: TỈ LỆ THỨC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tỉ lệ thức

① Định nghĩa

— Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

— Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết là $a : b = c : d$.

Ví dụ 1. Hai tỉ số $\frac{6}{5} : 2$ và $\frac{12}{5} : 4$ có lập được một tỉ lệ thức không?

Lời giải

— Ta có $\frac{6}{5} : 2 = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$. Và $\frac{12}{5} : 4 = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{5}$.

— Khi đó $\frac{6}{5} : 2 = \frac{12}{5} : 4$. Hai tỉ số $\frac{6}{5} : 2$ và $\frac{12}{5} : 4$ lập thành tỉ lệ thức.

2 Tính chất

✓ Tính chất 1: Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$.

✓ Tính chất 2: Nếu $ad = bc$ và $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ thì ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}, \quad \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

Ví dụ 2. Lập tất cả các tỉ lệ thức từ: $3 \cdot (-20) = (-4) \cdot 15$.

Lời giải. Áp dụng tính chất 2 ta lập được các tỉ lệ thức sau (với $a = 3, d = -20, b = -4, c = 15$).

$$\frac{3}{-4} = \frac{15}{-20}, \quad \frac{3}{15} = \frac{-4}{-20}, \quad \frac{-4}{3} = \frac{-20}{15}, \quad \frac{15}{3} = \frac{-20}{-4}.$$

2. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

✓ Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta có $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ (với $b+d \neq 0, b-d \neq 0$).

Ví dụ 3: Tìm hai số x, y thỏa: $3x + 2y = 84$ và $3x = 5y$.

— Từ $3x = 5y$ suy ra $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$. Áp dụng tính chất trên, ta có

—

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{3x}{15} = \frac{2y}{6} = \frac{3x+2y}{15+6} = \frac{84}{21} = 4.$$

— Do đó $\frac{x}{5} = 4$ nên $x = 20$; $\frac{y}{3} = 4$ nên $y = 12$.

2.1: Dãy tỉ số bằng nhau

— Xét dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$; ta nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f và còn ghi $a : c : e = b : d : f$. Tương tự như tính chất trên ta có

— Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ thì

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a + c + e}{b + d + f} = \frac{a - c + e}{b - d + f}$$

với các phân số có nghĩa.

Ví dụ 4: Số sách của ba bạn An, Duy và Hòa tỉ lệ với các số 3; 4; 5. Tìm số sách của mỗi bạn biết rằng số sách của Duy ít hơn tổng số sách của An và Hòa là 8 cuốn.

Lời giải

— Gọi a, b, c lần lượt là số sách của An, Duy và Hòa.

— Theo đề bài, ta có $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ và $a + c - b = 8$.

— Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a - b + c}{3 - 4 + 5} = \frac{8}{4} = 2.$$

— Do đó $\frac{a}{3} = 2$ nên $a = 6$, $\frac{b}{4} = 2$ nên $b = 8$, $\frac{c}{5} = 2$ nên $c = 10$.

CÁC DẠNG TOÁN LIÊN QUAN

Dạng 1. Lập tỉ lệ thức

Bài 1. Lập các tỉ lệ thức

① Từ đẳng thức $2 \cdot 15 = 6 \cdot 5$.

② Từ bốn số sau: 0,84; -2,1; 8; -20.

Lời giải:

① Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức, suy ra các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{2}{6} = \frac{5}{15}; \frac{2}{5} = \frac{6}{15}; \frac{15}{6} = \frac{5}{2}; \frac{15}{5} = \frac{6}{2}.$$

② Từ bốn số đã cho ta chỉ lập được một đẳng thức đúng là $0,84 \cdot (-20) = (-2,1) \cdot 8$.
Từ đó ta lập được bốn tỉ lệ thức

$$\frac{0,84}{-2,1} = \frac{8}{-20}; \frac{0,84}{8} = \frac{-2,1}{-20}; \frac{-20}{-2,1} = \frac{8}{0,84}; \frac{-20}{8} = \frac{-2,1}{0,84}.$$

Bài 2. Tìm x trong các trường hợp sau

a) $-2 : x = -5 : 3$

b) $\frac{x - 3}{5 - x} = \frac{5}{7}$.

Lời giải

a) Ta viết lại $\frac{-2}{x} = \frac{-5}{3}$ nên $x = \frac{-2 \cdot 3}{-5} = \frac{6}{5}$.

b) Theo tính chất 1 của tỉ lệ thức ta có

$$\begin{aligned}7(x - 3) &= 5(5 - x) \Rightarrow 7x - 21 = 25 - 5x \\ \Rightarrow 7x + 5x &= 25 + 21 \Rightarrow x = 46 : 12 = \frac{23}{6}.\end{aligned}$$

Bài tập vận dụng

Bài 1. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể từ đẳng thức sau

a) $3 \cdot (-20) = (-4) \cdot 15$.

b) $0,9 \cdot 8,4 = 1,4 \cdot 4,8$.

Bài 2. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể từ tỉ lệ thức sau $\frac{9}{2,1} = \frac{12}{2,8}$.

Dạng 2: Tìm số hạng của tỉ lệ thức

Bài 3. Tìm hai số x và y , biết

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ và $x + y = 25$.

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$ và $xy = 2100$.

Lời giải

a) Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \cdot 2 = 10 \\ y = 5 \cdot 3 = 15. \end{cases}$$

b) Ta đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} = k$ suy ra $x = 3k$ và $y = 7k$.

Ta thay $x = 3k$ và $y = 7k$ vào $xy = 2100$ ta được

$$3k \cdot 7k = 2100 \Rightarrow 21k^2 = 2100$$

$$\Rightarrow k^2 = 2100 : 21 = 100 \Rightarrow k = \pm 10.$$

- Với $k = 10$ suy ra $x = 3k = 3 \cdot 10 = 30$ và $y = 7k = 7 \cdot 10 = 70$.
- Với $k = -10$ suy ra $x = 3 \cdot (-10) = -30$ và $y = 7 \cdot (-10) = -70$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm hai số x và y , biết

a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ và $x + y = 55$.

b) $\frac{x}{8} = \frac{y}{3}$ và $x - y = 35$.

c) $2x = 5y$ và $3x + 4y = 46$.

Bài 2. Tìm bộ ba số a, b, c biết rằng

a) $a : b : c = 2 : 4 : 5$ và $a + b - c = 3$.

b) $a : b : c = 2 : 5 : 3$ và $2a + b - 4c = -21$.

Bài 3. Tìm bộ ba số a, b, c biết rằng

a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a^2 - b^2 + 2c^2 = 108$.

b) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}; \frac{b}{5} = \frac{c}{4}$ và $a - b + c = -49$.

Dạng 3. Các bài toán thực tế liên quan đến tỉ lệ thức

Bài 4. Tính diện tích của hình chữ nhật có chu vi là 48 cm và hai cạnh tỉ lệ với các số 3; 5.

Lời giải

- Gọi độ dài hai cạnh của hình chữ nhật là x (cm) và y (cm).
- Theo đề bài: $2(x + y) = 48$ hay $x + y = 24$ và $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$.
- Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{x + y}{3 + 5} = \frac{24}{8} = 3$.
- Do đó $\frac{x}{3} = 3$ nên $x = 9$, $\frac{y}{5} = 3$ nên $y = 15$.
- Vậy diện tích hình chữ nhật là $9 \cdot 15 = 135(\text{cm}^2)$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tính diện tích hình chữ nhật có chu vi là 28 m và hai cạnh tỉ lệ với các số 3;4.

Bài 2. Tại một xí nghiệp may, trong một giờ số sản phẩm làm được của ba tổ A,B,C tỉ lệ với các số 3;4;5 và tổng sản phẩm của ba tổ là 60. Hỏi số sản phẩm của mỗi tổ làm được trong một giờ?

Bài 3. Hướng ứng phong trào quyên góp sách giáo khoa cũ giúp đỡ học sinh có hoàn cảnh khó khăn, ba lớp 7A,7B,7C đã quyên góp số sách lần lượt tỉ lệ với các số 3; 4; 5. Tính số sách giáo khoa mỗi lớp quyên góp, biết rằng số sách quyên góp của lớp 7C hơn lớp 7A là 22 quyển.

Bài 4. Có ba tổ A,B,C thi công trồng trụ điện. Số trụ điện trồng được của tổ A và tổ B tỉ lệ với các số 3;4. Số trụ điện trồng được của tổ B và tổ C tỉ lệ với các số 5;6. Tìm số trụ điện mà mỗi tổ đã trồng biết tổng số trụ của tổ A và B trồng được nhiều hơn tổ C là 22 trụ.