

## CHƯƠNG IV

# HÀM SỐ - PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

Tuần 23 Tiết 47,48

## Bài 1: HÀM SỐ $y = ax^2 (a \neq 0)$

### I. LÍ THUYẾT

1) **Tính chất:** Hàm số  $y = ax^2 (a \neq 0)$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$

- Nếu  $a > 0$  thì hàm số nghịch biến khi  $x < 0$  và đồng biến khi  $x > 0$
- Nếu  $a < 0$  thì hàm số đồng biến khi  $x < 0$  và nghịch biến khi  $x > 0$

2) **Đồ thị:**

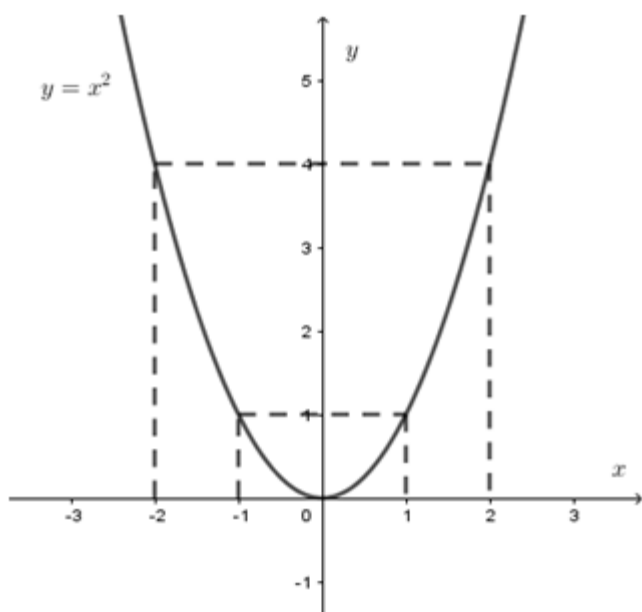
Đồ thị hàm số  $y = ax^2 (a \neq 0)$  là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó gọi là một Parabol với đỉnh là O

- Nếu  $a > 0$  thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị
- Nếu  $a < 0$  thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị

**Vd:** Vẽ đồ thị hàm  $y = x^2$

Lập bảng tần số

| $x$       | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----------|----|----|---|---|---|
| $y = x^2$ | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 |



II. **BÀI TẬP:** Vẽ đồ thị của các hàm số sau đây:

a)  $y = 2x^2$

$$\text{b)} \quad y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$\text{c)} \quad y = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{d)} \quad y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\text{e)} \quad y = \frac{3}{2}x^2$$

$$\text{f)} \quad y = -x^2$$

$$\text{g)} \quad y = -2x^2$$

☞\*\*☞

## Tuần 24 - Tiết 49, 50    **LUYỆN TẬP**

Vd: Cho hai hàm số  $y = 2x^2$  và  $y = x$

a) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị

Hướng dẫn câu b

Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = 2x^2$  và  $y = x$

$$2x^2 = x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = \frac{1}{2}$$

Với  $x = 0$  ta được  $y = 0$

Với  $x = \frac{1}{2}$  ta được  $y = \frac{1}{2}$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên là  $(0,0)$  và  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Làm bài 8, 9, 10 trang 38, 39 SGK

### **Bài tập thêm**

1) a) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị các hàm số:

$$y = -\frac{1}{3}x^2 ; y = \frac{1}{2}x^2 ; y = 2x^2$$

b) Nêu tính chất biến thiên của mỗi đồ thị

c) Gọi A; B; C là ba điểm theo thứ tự nằm trên ba đồ thị đều có hoành độ là  $-1,5$ .  
Xác định tung độ tương ứng của chúng

2) Cho  $(P)y = ax^2$  đi qua  $M(-2; 4)$  và  $(P')y = a'x^2$  đi qua  $N(1; -\frac{1}{4})$

- a) Tìm  $a$  và  $a'$  rồi vẽ đồ thị  $(P)$  và  $(P')$  trên cùng mặt phẳng tọa độ
- b) Nêu tính chất biến thiên của mỗi đồ thị

3) Cho hai hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  (p) và  $y = x$  (d)

- a) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị
- c) Tìm các điểm M thuộc (p) sao cho M có tung độ bằng 2 lần hoành độ.

4) Cho hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = x + 2$

- c) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ
- d) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị

5) Cho hai hàm số  $y = \frac{1}{3}x^2$  và  $y = -x + 6$

- a) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị
- c) Tìm các điểm K thuộc (P) sao cho K có tung độ bằng 3 lần hoành độ.

6) Cho hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = 2x + 3$

- a) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị

7) Cho hai hàm số (P):  $y = -\frac{1}{2}x^2$  và (D)  $y = x - 4$

- a) Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị



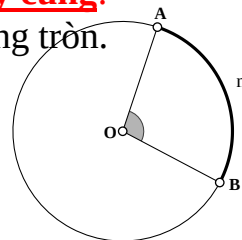
## TÓM TẮT LÝ THUYẾT HÌNH HỌC CHƯƠNG 3 – LỚP 9

### 1. Góc ở tâm – Góc nội tiếp – Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung:

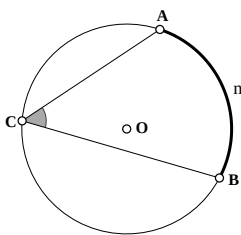
a. Góc ở tâm: Góc ở tâm là góc có đỉnh trùng với tâm của đường tròn.

–  $\angle AOB$  là góc ở tâm chắn cung  $AnB$

Lúc đó:  $\angle AOB = \text{sđ } AnB$



b. Góc nội tiếp:



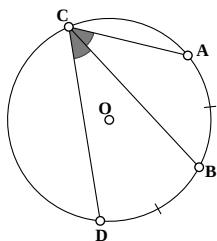
– Góc nội tiếp là góc có đỉnh ở trên đường tròn.

–  $\angle ACB$  là góc nội tiếp của (O).

Lúc đó:  $\angle ACB = \frac{1}{2} \text{sđ } AnB$

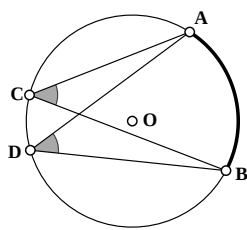
\*\*\* Một số hệ quả của góc nội tiếp đường tròn:

1. Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau



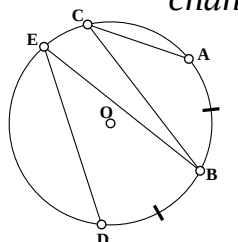
$$\angle ACB = \angle DCB \Rightarrow \text{arc } AB = \text{arc } DB$$

2. Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau



$$\angle ACB = \angle ADB \quad (2 \text{ gnt cùng chắn cung } AB)$$

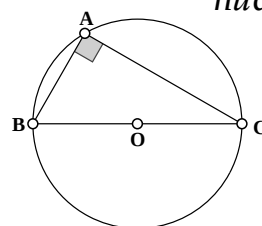
3. Các góc nội tiếp chắn



các bằng nhau thì bằng nhau

$$AB = DB \Rightarrow \angle ACB = \angle DEB$$

4. Góc nội tiếp chắn nửa



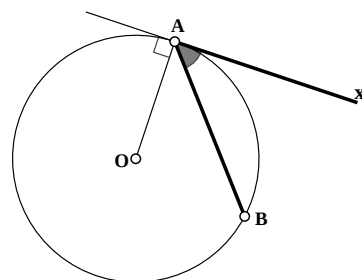
đường tròn là góc vuông.

$$\angle BAC = 90^\circ \quad (\text{gnt chắn nửa đường tròn})$$

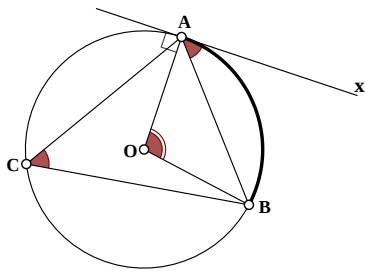
c. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung: có đỉnh nằm trên đường tròn, một cạnh chứa dây cung của đường tròn và cạnh còn lại là một tia tiếp tuyến của đường tròn.

–  $\angle xAB$ : góc tạo bởi tia tiếp tuyến Ax và dây cung AB.

– Lúc đó:  $\angle xAB = \frac{1}{2} \text{sđ } AB$



\*\*\* Sự liên hệ giữa Góc Ở Tâm Góc Nội Tiếp Góc Tạo Bởi Tia Tiếp Tuyến Và Dây Cung



+  $\boxed{AOB = \text{sđ } AB}$  (góc ở tâm chắn cung AB)

+  $\boxed{xAB = ACB = \frac{1}{2} AOB = \frac{1}{2} \text{sđ } AB}$

### \*Bổ đề:

Trong (O) có:  $ACB = xAB (\dots)$

$\Rightarrow Ax$  là tiếp tuyến của (O) (hq góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

## 2) Các định lý về đường kính của đường tròn:

*AB là đường kính của (O)*

$AB \perp$  dây CD tại M

$\begin{cases} MC = MD \\ \text{dây CD không qua tâm O} \end{cases}$

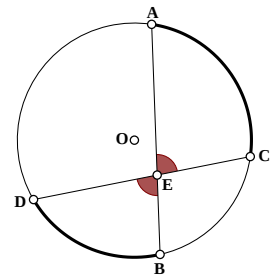
$BC = BD ; AC = AD$

## 3) Góc có đỉnh ở trong và ở ngoài đường tròn:

\*Hình 1: Góc có đỉnh ở trong đường tròn

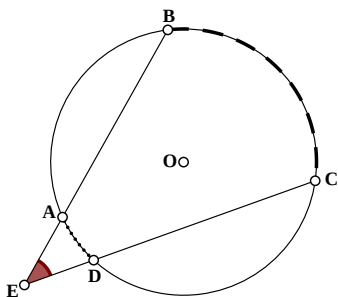
$\angle AEC (= \angle DEB)$  là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

Tính chất:  $\boxed{\angle AEC (= \angle DEB) = \frac{1}{2} (\text{sđ } AC + \text{sđ } BD)}$



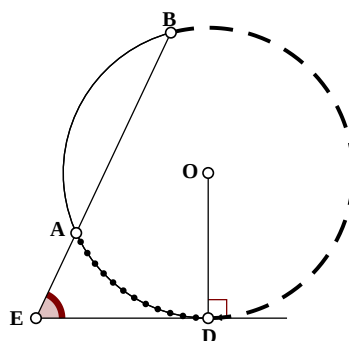
Hình 1

\*Hình 2: Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn



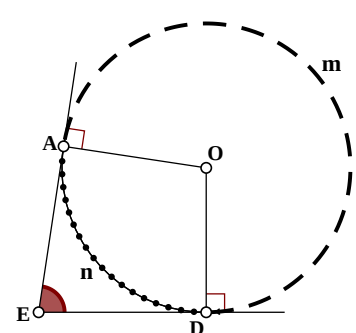
Tính chất:

$\boxed{\angle BEC = \frac{1}{2} (\text{sđ } BC - \text{sđ } AD)}$



Tính chất:

$\boxed{\angle BED = \frac{1}{2} (\text{sđ } BD - \text{sđ } AD)}$



Tính chất:

$\boxed{\angle AED = \frac{1}{2} (\text{sđ } AmD - \text{sđ } AnD)}$

## 4) Dấu hiệu nhận biết các tứ giác nội tiếp:

|                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>1</b></p> <p>Tứ giác có tổng hai góc đối bằng <math>180^0</math> là tứ giác nội tiếp</p> $A + C = 180^0$ <p>(hoặc <math>B + D = 180^0</math>)</p> $\Leftrightarrow ABCD \text{ nội tiếp}$ | <p><b>2</b></p> <p>Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới cùng một góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp.</p> $\angle DAC = \angle DBC \Leftrightarrow ABCD \text{ nội tiếp}$ |
| <p><b>3</b></p> <p>Tứ giác có các góc trong bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện là tứ giác nội tiếp.</p> $A = BC_x$ $\Leftrightarrow ABCD \text{ nội tiếp}$                                        | <p><b>4</b></p> <p>Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm (đã xác định) là tứ giác nội tiếp.</p> $OA = OB = OC = OD$ $\Leftrightarrow ABCD \text{ nội tiếp (O)}$                                                |

### 5) Độ dài đường tròn, cung tròn:

|                                                         |                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Độ dài C của đường tròn bán kính R:</p> $C = 2\pi R$ | <p>Trong một đường tròn bán kính R:</p> <p>Độ dài l của một cung <math>n^0</math> là</p> $l = \frac{\pi R n}{180}$ |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 6) Diện tích hình tròn, hình quạt tròn:

|                                                            |                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Diện tích S của hình tròn bán kính R:</p> $S = \pi R^2$ | <p>Diện tích hình quạt tròn bán kính R, cung n là:</p> $S = \frac{\pi R^2 n}{360} \text{ hay } S = \frac{l.R}{2}$ |
|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## MỘT SỐ BÀI TẬP

### Bài tập liên quan đến góc ở tâm, số đo cung

**Bài 1:** Hai tiếp tuyến tại A và B của (O) cắt nhau tại M, cho  $\widehat{AMB} = 40^\circ$ . Hãy tính:

- 1/  $\widehat{AMO}$  và  $\widehat{AOM}$
- 2/ Số đo góc tạo bởi hai bán kính OA và OB
- 3/ Số đo cung AB nhỏ và số đo cung AB lớn

**Bài 2:** Cho (O; R), lấy điểm M nằm ngoài (O) sao cho  $OM = 2R$ . Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB (A, B là hai tiếp điểm)

- 1/ Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, hãy tính  $\widehat{AOM}$
- 2/ Tính  $\widehat{AOB}$  và số đo cung AB nhỏ
- 3/ OM cắt (O) tại C. Chứng minh C là điểm chính giữa của AM nhỏ

**Bài 3:** Cho (O ; R) và dây cung  $MN = R\sqrt{3}$ . Kẻ OK vuông góc với MN tại K.

- 1/ Chứng minh K là trung điểm của Mn.
- 2/ Tính độ dài MK theo R.
- 3/ Tính  $\widehat{MOK}$  và  $\widehat{MON}$ .
- 4/ Tính số đo hai cung MN.

### Bài tập liên quan đến liên hệ giữa cung và dây

**Bài 1.** Trên (O ; R) lấy theo thứ tự cùng chiều các điểm A, B, C, D sao cho các cung AB, BC, CD có số đo lần lượt là  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  (B nằm giữa A và C; C nằm giữa B và D).

- a) Tính số đo cung DA.
- b) Tính số đo các góc AOB, BOC, COD, DOA.
- c) Tính số đo các cung ABC, BCD, DCA.
- d) Tính theo R độ dài các dây cung AB, BC, CD, DA.
- e) Chứng tỏ O cách đều hai dây BC và AD và O gần CD hơn AB.

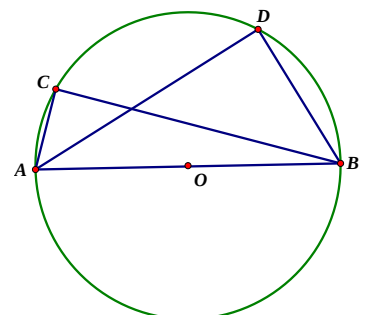
**Bài 2.** Cho (O ; R) và dây cung AB không qua tâm O. Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung lớn AB.

- a) Chứng minh MN là trung trực AB.
- b) Chứng minh M, O, N thẳng hàng.
- c) AB cắt MN tại H. Chứng minh  $HM.HN = HA^2 = HB^2$ .
- d) Nếu  $AB = R\sqrt{2}$ , hãy tính  $\widehat{AOB}$ , OH, AM, AN theo R.

**Bài 3.** Cho (O ; R) các dây  $AB = R$ ,  $CD = R\sqrt{2}$ ,  $EF = R\sqrt{3}$ .

- a) Chứng minh  $\triangle AOB$  đều và  $\triangle COD$  vuông cân.
- b) Tính số đo các cung AB, CD, EF.

**Bài 4.** Cho tam giác ABC ( $AB > AC$ ). Lấy điểm E thuộc cạnh AB sao cho  $AE = AC$ . Vẽ đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác EBC. Kẻ  $OH \perp BC$  tại H và  $OK \perp BE$  tại K.

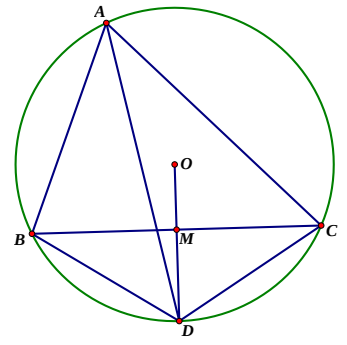




**Bài 3.** Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Đường phân giác của góc BAC cắt (O) tại D.

a) Cm tam giác BDC cân.

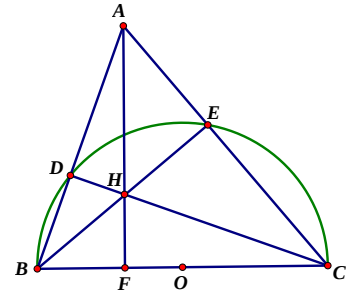
b) Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh O, M, D thẳng hàng



**Bài 4.** Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại D và E. BE và CD cắt nhau tại H.

a) Chứng minh H là trực tâm tam giác ABC.

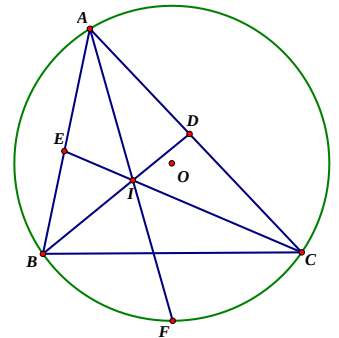
b) Vẽ HF vuông góc BC. Chứng minh A, H, F thẳng hàng.



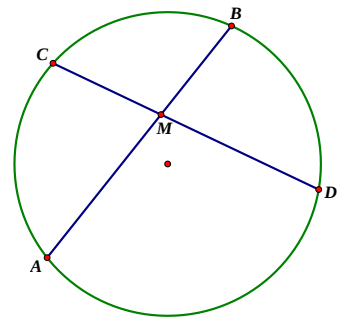
**Bài 5.** Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O) 2 đường phân giác BD, CE cắt nhau tại I. Gọi F là điểm chính giữa của cung BC.

a) Chứng minh AF là phân giác của góc BAC.

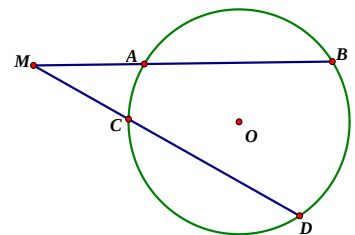
b) Chứng minh A, I, F thẳng hàng.



**Bài 6.** Cho (O) có hai dây AB và CD cắt nhau tại M. Chứng minh  $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ .

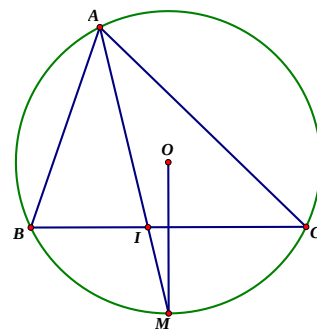


**Bài 7.** Cho (O) và một điểm M nằm ngoài đường tròn, Qua M vẽ hai cát tuyến MAB và MCD (A, B, C, D thuộc (O)). Chứng minh  $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ .



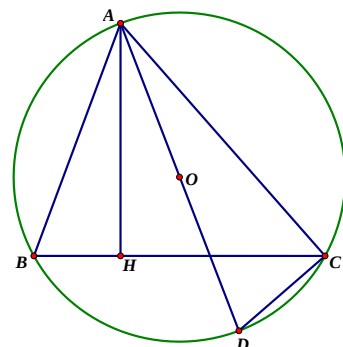
**Bài 8.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), vẽ OM vuông góc BC (M thuộc (O)), AM cắt BC tại I.

- Chứng minh  $IA \cdot IM = IB \cdot IC$ .
- Chứng minh  $IB \cdot AC = IC \cdot AB$ .
- Chứng minh  $AB \cdot AC = AI \cdot AM$ .
- Chứng minh  $AI^2 = AB \cdot AC - IB \cdot IC$



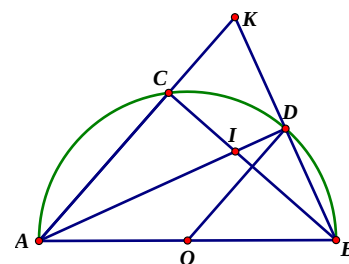
**Bài 9.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O; R) vẽ đường cao AH của tam giác ABC và đường kính AD của (O).

- Chứng minh  $\triangle ABH$  đồng dạng  $\triangle ADC$ .
- Chứng minh  $AB \cdot AC = 2R \cdot AH$ .
- Chứng minh  $S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R}$



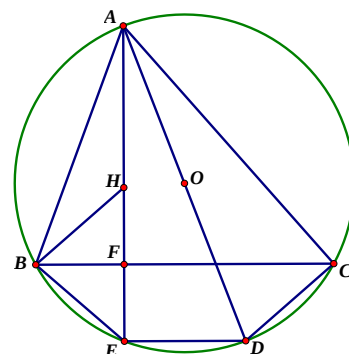
**Bài 10.** Cho tam giác ABC nội tiếp (O) có AB là đường kính. Phân giác của góc BAC cắt (O) tại D.

- Chứng minh  $OD \perp BC$  và  $AC \perp BC$
- Gọi I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh  $IA \cdot ID = IB \cdot IC$
- Gọi K là giao điểm của BD và AC. Chứng minh  $\triangle ABK$  cân có trực tâm là I.
- Chứng minh  $KA \cdot KC = KB \cdot KD$



**Bài 11.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O), gọi H là trực tâm tam giác ABC, đường thẳng AH cắt BC tại F và (O) tại E, vẽ đường kính AD của (O).

- Chứng minh  $\triangle ABD$  đồng dạng  $\triangle AFC$ .
- Chứng minh  $FA \cdot FE = FB \cdot FC$
- Chứng minh tam giác BEH cân, H đối xứng với E qua BC.
- Chứng minh tứ giác BCDE là hình thang cân



**Bài 12.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp (O), gọi H là trực tâm của  $\triangle ABC$ . Đường thẳng AH cắt BC tại A', cắt (O) tại E, vẽ đường kính AD của (O). Chứng minh

- $AB \cdot AC = AD \cdot AA'$  và  $AA' \cdot A'E = A'B \cdot A'C$
- $\triangle HBE$  cân
- BEDC là hình thang cân

**Bài 13.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E, D. BD và CE cắt nhau tại H. Chứng minh :

- Gọi F là giao điểm của AH và BC. Chứng minh  $AE \cdot AB = AH \cdot AF = AC \cdot AD$
- A, E, H, D cùng thuộc một đường tròn (I). Xác định tâm I.
- IE, ID là tiếp tuyến của (O) và OD, OE là tiếp tuyến của (I).

**Bài 14.** Cho (O) và hai dây AB, AC bằng nhau. Qua A vẽ cát tuyến cắt dây BC ở D và cắt (O) ở E. Chứng minh  $AC^2 = AD \cdot AE$

**Bài 15.** Cho tam giác ABC đều nội tiếp (O) và D là điểm thuộc cung nhỏ BC. Trên AD lấy điểm E sao cho  $DE = DB$ .

a) Chứng minh tam giác BED đều.

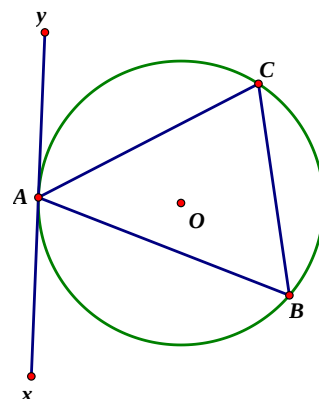
b) So sánh hai tam giác ABE và BDC. Chứng minh rằng  $AD = DB + DC$

**Bài tập liên quan đến góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung**

**Bài 1.** Cho  $xAy$  là tiếp tuyến của (O) tại A,  $sd AC = 110^\circ, A = 65^\circ$ .

a) Tính  $yAC; CAx; sd BC$

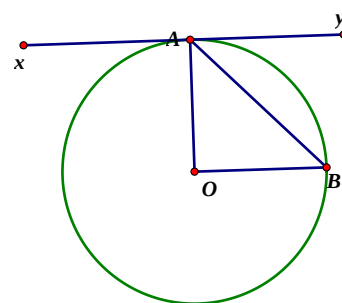
b) Tính  $sd AB; B; C$



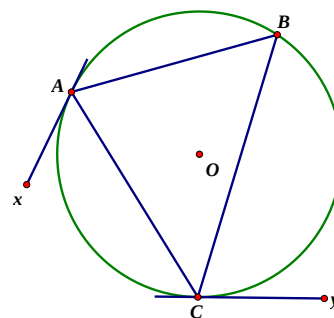
**Bài 2.** Cho (O; R) và  $xAy$  là tiếp tuyến tại A của (O),  $sd AB = 90^\circ$ .

a) Tính  $xAB; yAB$

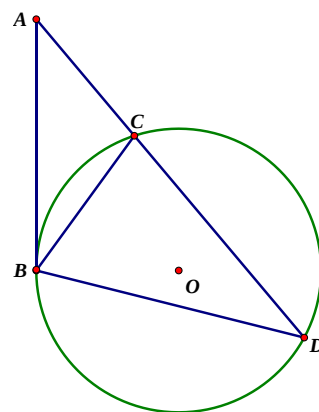
b) Chứng minh tam giác AOB vuông cân tại O, Tính độ dài các cạnh của tam giác ABO theo R.



**Bài 3.** Cho hình bên có Ax, Cy là tiếp tuyến của (O). Biết  $xAC = 50^\circ; yCB = 58^\circ$ . Tính các góc của tam giác ABC.



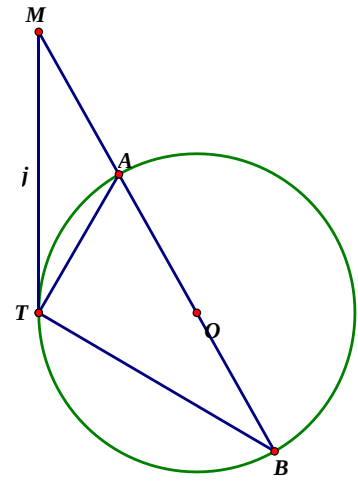
**Bài 4.** Cho hình bên có AB là tiếp tuyến, ACD là cát tuyến. Chứng minh  $AB^2 = AC \cdot AD$



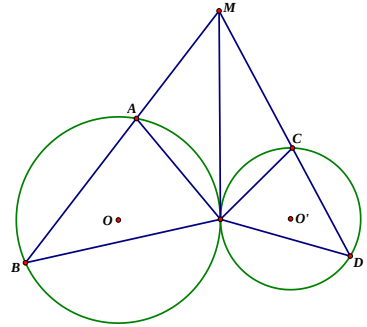
**Bài 5.** Cho hình bên, MT là tiếp tuyến tại T của (O) MAB là cát tuyến qua O. Chứng minh:

a)  $MT^2 = MA.MB$

b)  $MA.MB = MO^2 - R^2$



**Bài 6.** Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại T; MT là tiếp tuyến chung của hai đường tròn. MAB và MCD là cát tuyến của (O) và (O'). Chứng minh  $MA.MB = MC.MD$

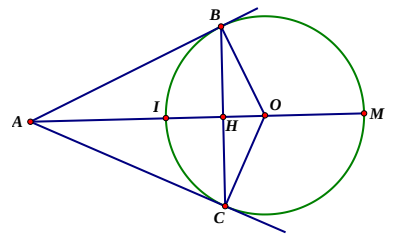


**Bài 7.** Từ điểm A ở ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến (O). Đường thẳng AO cắt (O) tại I và M.

a) Chứng minh OA vuông góc BC tại H.

b) Chứng minh:  $HO.HA = HB.HC$

c) Chứng minh:  $AB^2 = AI.AM = AH.AO$

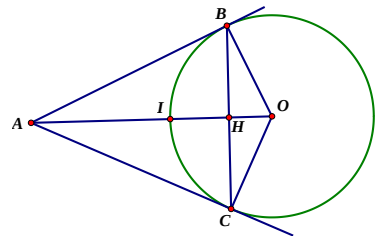


**Bài 8.** AB, AC là tiếp tuyến của (O), AO cắt (O) tại I. Chứng minh:

a) OA vuông góc BC

b) BI là phân giác góc ABH.

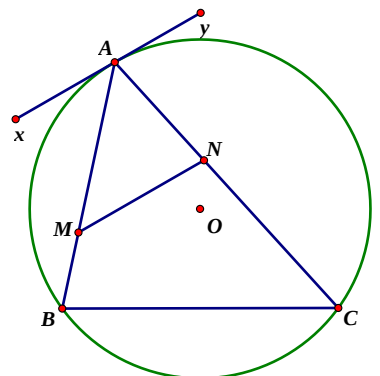
c)  $IH.AB = IA.BH$



**Bài 9.** Cho tam giác ABC nội tiếp (O). xy là tiếp tuyến tại A của (O), một đường thẳng // xy cắt AB tại M và AC tại N.

a) Chứng minh  $AMN = C$

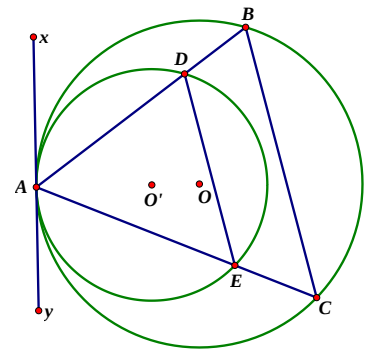
b) Chứng minh  $AM.AB = AN.AC$



**Bài 10.** Cho  $(O, R)$  và  $(O', r)$  tiếp xúc trong tại  $A$  ( $R > r$ ).

Dây cung  $AB, AC$  của  $(O)$  cắt  $(O')$  tại  $D$  và  $E$ .  $xy$  là tiếp tuyến chung của  $(O)$  và  $(O')$  tại  $A$ .

- Chứng minh  $BC \parallel DE$ .
- Chứng minh  $AC \cdot AD = AB \cdot AE$ .



**Bài 11.** Cho  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$ . Tiếp tuyến tại  $A$  của  $(O)$  cắt  $(O')$  tại  $C$ . Tiếp tuyến tại  $A$  của  $(O')$  cắt  $(O)$  tại  $D$ . Chứng minh:  $AB^2 = BC \cdot BD$

