**PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ**

---------------------------------------

* Một số phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử thường gặp:

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **đặt nhân tử chung**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **dùng hằng đẳng thức**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **nhóm hạng tử**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **thêm bớt**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **tách các hạng tử**.

+ Phân tích đa thức **một biến thành nhân tử khi biết một nghiệm của nó**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **đặt ẩn phụ**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **giảm dần của luỹ thừa**.

+ Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp **hệ số bất định (đồng nhất hệ số).**

**+** Phân tích các biểu thức có **tính đối xứng** thành nhân tử.

……………………………………………..

**I. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG:**

* ***Phương pháp:***

+ **A**B + **A**C = **A**(B + C)

+ AB + AC + AD = A(B + C + D)

+ AB + AC – AD – AE = A(B + C – D – E)

 A: gọi là nhân tử chung

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. mx + my + m
2. 5ax – 15ay + 20a
3. xy – y
4. 16x2(x – y) – 18y(y – x) + 5(x – y)2
5. 14x3y2 – 21xy3 + 28x2y2
6. x2016 + x2018 + x2020  + x2022
7. 3.xm + 4 + 5.xm + 3 + xm + 2 , m N

***Hướng dẫn:***

1. *Nhận xét : y – x = - (x – y)*
2. *Các hạng tử của đa thức đều chứa biến x, y. Chọn x, y với số mũ tương ứng nhỏ nhất trong các hạng tử*
3. *x có mũ nhỏ nhất là 2016, nhân tử chung: x2016*
4. *x có mũ nhỏ nhất là m + 2, nhân tử chung: xm + 2*

**II. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP DÙNG HẰNG ĐẲNG THỨC:**

* ***Nhận xét:***
* Trong đa thức nếu có chứa **“bình phương”** thì ta thường dùng các hằng đẳng thức:
* a2 + 2ab + b2 = (a + b)2
* a2 *–* 2ab + b2 = (a *–* b)2
* a2 – b2 = (a – b)(a + b)
* Trong đa thức nếu có chứa **“lập phương”** thì ta thường dùng các hằng đẳng thức:
* a3 + 3a2 b + 3ab2 + b3 = (a + b)3
* a3 *–* 3a2b + 3ab2 – b3 = (a *–* b)3
* a3 + b3 = (a + b)(a2 – ab + b2 )
* a3 *–* b3 = (a *–* b)(a2 + ab + b2 )

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. a2 – 4b2 b) 25a2 – 1 c) a2 – 9 d) a2 –

e) a4 –  f) (2a + b)2 – a2 g) 16(x – 1)2 – 25(x + y)2

**Ví dụ 2*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. x2 + 10x + 25
2. 25x2 – 20xy + 4y2
3. 9x4 + 24x2 + 16
4. x3 + 8
5. 8x3 + 27y3
6. x3 – 125
7. x6 – 1
8. x3 + 15x2 + 75x + 125

**Ví dụ 3*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. x2 + 4x + 3
2. 8x3 – 36x2 + 54x – 26
3. x2 + 4x + 3 = (x + 2)2 – 1

 = [(x + 2) + 1][(x + 2) – 1]

 = (x + 3)(x + 1)

1. 8x3 – 36x2 + 54x – 26 = (8x3 – 36x2 + 54x – 27) + 1

= (2x – 3)3 + 1

= [(2x – 3) + 1][(2x – 3)2 – (2x – 3).1 + 1]

= 2(x – 1)(4x2 – 14x + 13]

**III. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP NHÓM HẠNG TỬ:**

* ***Lưu ý:***

+ Có thể có nhiều cách nhóm khác nhau.

+ Những biểu thức có 4 hạng tử ta thường nhóm 2 – 2 hoặc 1 – 3

+ Những biểu thức có 5 hạng tử ta thường nhóm 2 – 3

+ Những biểu thức có 6 hạng tử ta thường nhóm 2 – 2 – 2 hoặc 3 – 3

…………………….

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. a(x – y) + bx – by
2. 7a2 – 7ax – 9a + 9x
3. x2 + xy – 2x – 2y
4. 2x2 – 6xy + 5x – 15y
5. 2ax3 + 6ax2 + 6ax + 18a
6. ma – mb + na – nb – pa + pb
7. ax2 + 5y – bx2 + ay + 5x2 – by
8. x3 + y3 + x2 – 2xy + 2y2
9. a3 – b3 + 3a2 + 3ab + 3b2
10. a4 + a3b – ab3 – b4

**Ví dụ 2*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. 70a – 84b – 20ab – 24b2
2. 12y – 9x2 + 36 – 3x2y
3. 21bc2 – 6c – 3c3 + 42b
4. 30a3 – 18a2b – 72b + 120a

**IV. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP THÊM BỚT:**

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. x4 + x2 + 1
2. x4 + 81y4
3. x8 + 3x4 + 4

a). x4 + x2 + 1 = (x4 + 2x2 + 1) – x2

 = (x2 + 1)2 – x2

 = (x2 + 1 – x)(x2 + 1 + x)

b) x4 + 81y4 = (x2)2 + (9y2)2

= (x2)2 + 2x2.9y2 + (9y2)2 – 2x2.9y2

= (x2 + 9y2)2 – 18x2y2

= (x2 + 9y2)2 – (3xy)2

= (x2 + 9y2 + 3xy)(x2 + 9y2 – 3xy)

c) x8 + 3x4 + 4 = (x4)2 + 4x4 + 4 – x4

= (x4 + 2)2 – (x2)2

= (x4 + 2 – x2)( x4 + 2 + x2)

**Ví dụ 2*. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: 3x4 + y4 – 4x2y2 + 6x2 – 9***

3x4 + y4 – 4x2y2 + 6x2 – 9 = 4x4 – 4x2y2 + y4 – x4 + 6x2 – 9

= (4x4 – 4x2y2 + y4) – (x4 – 6x2 + 9)

= (2x2 – y2)2 – (x2 – 3)2

= (2x2 – y2 + x2 – 3)( 2x2 – y2 – x2 + 3)

= (3x2 – y2 – 3)(x2 – y2 + 3)

**Ví dụ 3*. Phân tích đa thức sau thành nhân tử : x5 + x4 + 1***

x5 + x4 + 1 = x5 + x4 + x3 – x3 + 1

= (x5 + x4 + x3) – (x3 – 1)

= x3(x2 + x + 1) – (x – 1) (x2 + x + 1)

= (x2 + x + 1)(x3 – x + 1)

* ***Bài tập tương tự:***

***Phân tích các đa thức sau thành nhân tử***

1. x8 + x4 + 1
2. x12 – 3x6 – 1
3. 3x4 + 10x2 – 25
4. x2 – 5y2 – y4 + 2xy – 9

**V. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP TÁCH CÁC HẠNG TỬ:**

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. x2 + 5x + 4
2. 3x2 + 4x + 7
3. x2 + 7x + 12

**Ví dụ 2*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. 17x5y + 26x4y2 + 9x3y3
2. 3x2 + xy – 4y2
3. x8 – 5x4 + 4
4. x3 + 3x2 + 3x + 9
5. 17x5y + 26x4y2 + 9x3y3 = 17x5y + 17x4y2 + 9 x4y2 + 9x3y3

= (17x5y + 17x4y2 ) + ( 9 x4y2 + 9x3y3)

= 17x4y(x + y) + 9x3y2(x + y)

= (x + y)(17x4y + 9x3y2)

= x3y(x + y)(17x + 9y)

1. 3x2 + xy – 4y2 = (3x2 – 3y2) + (xy – y2)

= (x – y)(3x + 4y)

1. x8 – 5x4 + 4 = (x8 – x4) – (4x4 – 4)

= x4(x4 – 1) – 4(x4 – 1)

= (x4 – 1)(x4 – 4)

= (x2 – 1)(x2 + 1)(x2 – 2)(x2 + 2)

= (x – 1)(x + 1)(x2 + 1)( x )(x + )(x2 + 2)

 ***Cách 2:***

x8 – 5x4 + 4 = (x8 – 4x4 + 4) – x4

 = (x4 – 2)2 – (x2)2

 = (x4 – 2 + x2)(x4 – 2 – x2)

 = (x4 + x2 – 2)( x4 – x2 – 2)

 ……….

1. x3 + 3x2 + 3x + 9 = (x3 + 3x2 + 3x + 1) + 8

= (x +1)3 + 23

= (x + 1 + 2)[ (x + 1)2 – 2(x + 1) + 22]

= (x + 3)(x2 + 3)

**Ví dụ 3*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:*** *(dạng đẳng cấp)*

1. A = (x2 + 1)2 + 3x(x2 + 1) + 2x2
2. B = 10(x2 – 2x +3)4 – 9x2(x2 – 2x +3)2 – x4
3. A = (x2 + 1)2 + 3x(x2 + 1) + 2x2

= [(x2 + 1)2 + x(x2 + 1)] + [2x(x2 + 1) + 2x2]

= (x2 + 1)(x2 + x + 1) + 2x(x2 + x + 1)

= (x2 + x + 1)(x2 +2x + 1)

= (x2 + x + 1)(x + 1)2

b). B = 10(x2 – 2x +3)4 – 9x2(x2 – 2x +3)2 – x4

= [10(x2 – 2x + 3)4 – 10x2(x2 – 2x + 3)2] + [x2(x2 – 2x + 3)2 – x4]

= 10(x2 – 2x + 3)2 [(x2 – 2x + 3)2 – x2] + x2[(x2 – 2x + 3)2 – x2]

= [(x2 – 2x + 3)2 – x2][ 10(x2 – 2x + 3)2 + x2]

= (x2 – 2x + 3 – x)( x2 – 2x + 3 + x) [ 10(x2 – 2x + 3)2 + x2]

= (x2 – 3x + 3)(x2 – x + 3) [ 10(x2 – 2x + 3)2 + x2]

**VI. PHÂN TÍCH ĐA THỨC MỘT BIẾN THÀNH NHÂN TỬ KHI BIẾT MỘT NGHIỆM CỦA NÓ:**

* ***Kiến thức cần nắm:***

+ Cho đa thức f(x) = a0 + a1x + a2x2 + … + anxn. Nếu x =  là một nghiệm của đa thức f(x) thì f(x) luôn viết được dưới dạng f(x) = (x - ). A(x)

+ Nếu tổng các hệ số của đa thức f(x) bằng 0 thì x = 1 là một nghiệm của đa thức f(x).

+ Nếu tổng các hệ số của các hạng tử bậc chẵn bằng tổng các hệ số của các hạng tử bậc lẻ thì x = - 1 là một nghiệm của f(x).

+ Nếu tam thức bậc hai f(x) = ax2 + bx + c có 2 nghiệm x1, x2thì f(x) = a(x – x1)(x – x2)

+ Khi các hệ số của đa thức f(x) là các số nguyên thì nghiệm nguyên nếu có của f(x) là ước của hệ số tự do a0.

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. x3 + 5x2 – 2x – 4
2. x3 + 2x2 + 6x + 5

a***). Nhận xét***: Tổng các hệ số của đa thức bằng 0 nên x = 1 là một nghiệm của đa thức, tức là đa thức có nhân tử chung x – 1.

x3 + 5x2 – 2x – 4 = (x3 – x2) + ( 6x2 – 6x) + ( 4x – 4)

= x2(x – 1) + 6x(x – 1) + 4(x – 1)

= (x – 1)(x2 + 6x + 4)

b). ***Nhận xét***: Tổng các hệ số của các hạng tử bậc chẵn bằng tổng các hệ số của các hạng tử bậc lẻ nên x = - 1 là một nghiệm của đa thức, tức là đa thức có nhân tử chung x + 1.

x3 + 2x2 + 6x + 5 = (x3 + x2) + ( x2 + x) + (5x + 5)

= (x + 1)(x2 + x + 5)

**Ví dụ 2*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. x2 + x – 6
2. x3 – 19x + 30
3. x4 – x3 – x2 – x – 2

a). ***Nhận xét***: Nhẩm ta thấy x = 2 là một nghiệm của đa thức nên đa thức có nhân tử chung x – 2

x2 + x – 6 = (x2- 2x) + (3x – 6)

= (x – 2)(x + 3)

b). ***Nhận xét***: Nhẩm ta thấy x = 2 là một nghiệm của đa thức nên đa thức có nhân tử chung x – 2

x3 – 19x + 30 = (x3 - 2x2) + ( 2x2 – 4x) – (15x – 30)

= (x – 2)(x2 + 2x – 15) (Nhẩm thấy x = 3 là nghiệm của đa thức x2 + 2x – 15 )

= (x – 2)[ (x2 – 3x) + ( 5x – 15)]

= (x – 2)(x – 3)(x + 5)

c). ***Nhận xét:*** Tổng các hệ số của các hạng tử bậc chẵn bằng tổng các hệ số của các hạng tử bậc lẻ nên x = - 1 là một nghiệm của đa thức, tức là đa thức có nhân tử chung x + 1.

x4 – x3 – x2 – x – 2 = (x4 + x3) – (2x3 + 2x2) + (x2 + x) – (2x + 2)

= (x + 1)(x3 – 2x2 + x – 2) (x = 2 là nghiệm của x3 – 2x2 + x – 2)

= (x + 1)(x – 2)(x2+ 1)

* ***Bài tập tương tự: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử***
1. x2 – 7x + 12
2. 6x2 + 5x + 1
3. x3 – 2x2 – x – 6
4. 2x3 + x2 + x – 22
5. x4 + x3 – x2 – 4x – 12

**VII. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP ĐẶT ẨN PHỤ:**

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. (x2 + x)2 + 4(x2 + x) – 5
2. (x – y)2 + 4x – 4y – 12
3. (x2 + 5x)2 + 10x2 + 50x + 24
4. (x2 + x)(x2 + x + 1) – 2

**Ví dụ 2*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. A = (x2 + x + 1)2 - 3(x2 + x) – 7
2. B = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) – 24
3. C = (x – 7)(x – 5)(x – 4)(x – 2) – 72

a). A = (x2 + x + 1)2 - 3(x2 + x + 1) – 4

 Đặt t = x2 + x + 1, khi đó:

 A = t2 – 3t – 4

= (t + 1)(t – 4)

= (x2 + x + 2)(x2 + x – 3)

***\*Chú ý***: x2 + x – 3 còn có thể phân tích thành nhân tử tiếp.

b). B = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) – 24

= [(x + 1)(x + 4)] .[(x + 2)(x + 3)] – 24

= (x2 + 5x + 4)(x2 + 5x + 6) - 24

Đặt t = x2 + 5x , khi đó:

 B = (t + 4)(t + 6) – 24 = t2 + 10t

= t(t + 10)

= (x2 + 5x)( x2 + 5x + 10)

= x(x + 5)( x2 + 5x + 10)

c). C = (x – 7)(x – 5)(x – 4)(x – 2) – 72

= [(x – 7)(x – 2)]. [(x – 5)(x – 4)] – 72

= (x2 – 9x + 14)(x2 – 9x + 20) – 72

Đặt t = x2 – 9x, khi đó:

 C = (t + 14)(t + 20) – 72

= t2 + 34t + 208

= (t + 8)(t + 26)

= (x2 – 9x + 8)( x2 – 9x + 26)

= (x – 1)(x – 8) ( x2 – 9x + 26)

**Ví dụ 3*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. D = (x2 + 6x + 8)( x2 + 8x + 15) – 24
2. E = (x2 + 5x + 6)(x2 – 15x + 56) – 144

a). D = (x2 + 6x + 8)( x2 + 8x + 15) – 24

= (x + 2)(x + 4)(x + 3)(x + 5) - 24

= [(x + 2)(x + 5)][(x + 4)(x + 3)] – 24

= (x2 + 7x + 10)(x2 +7x + 12) – 24

…………………………

b). E = (x2 + 5x + 6)(x2 – 15x + 56) – 144

= (x + 2)(x + 3)( x – 7)(x – 8) – 144

= [(x + 2)(x – 7)][(x + 3)( x – 8)] – 144

= (x2 – 5x – 14)(x2 – 5x – 24) – 144

…………

**Ví dụ 4*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: A = (a – b)3 + (b – c)3 + (c – a)3***

Đặt 

Cộng (1), (2) và (3) vế theo vế ta được x + y + z = 0 z = - (x + y)

Khi đó:

A = x3 + y3 + z3

= x3 + y3 – (x + y)3

= - 3x2y – 3xy2

= - 3xy(x + y)

= 3xyz

= 3(a – b)(b – c)(c – a)

**Ví dụ 5*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (dạng hồi quy)***

1. A = x4 + 6x3 – 5x2 + 6x + 1
2. B = x4 + x3 – 4x2 + x + 1
* ***Dạng tổng quát của dạng hồi quy***: A = ax4 + bx3 + cx2 + bx + a

a). A = x4 + 6x3 – 5x2 + 6x + 1

 

Đặt t = , khi đó:

 = t2 + 6t – 7

 = (t – 1)(t + 7)

 

Vậy A = .

 

b).Tương tự, B = (x – 1)2(x2 + 3x + 1)

**Ví dụ 6*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử: (mở rộng dạng hồi quy)***

1. A = x4 + 7x3 + 14x2 + 14x + 4
2. B = x4 – 10x3 – 15x2 + 20x + 4
3. C = 2x4 – 5x3 – 27x2 + 25x + 50
4. D = 3x4 + 6x3 – 33x2 - 24x + 48
* ***Dạng tổng quát***: A = ax4 + bx3 + cx2 + dx + e với 

a). A = x4 + 7x3 + 14x2 + 14x + 4

 

Đặt t = , khi đó:

 = t2 + 7t + 10

 = (t + 2)(t + 5)

 

Vậy A = . = (x2 + 2x + 2)(x2 + 5x + 2)

b, c, d)Tương tự

**Ví dụ 7*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. A = (x2 – 3x + 1)(x2 + 2x + 1) – 6x2
2. B = (x – 3)(x – 5)(x – 6)(x – 10) – 24x2
3. C = (x + 3)(x – 1)(x – 5)(x + 15) + 64x2
4. D = (x – 18)(x –7)(x + 35)(x + 90) – 67x2

a). A = (x2 – 3x + 1)(x2 + 2x + 1) – 6x2

 

Đặt t = , khi đó:

 = (t – 3)(t + 2) – 6

= t2 – t – 12

= (t + 3)(t – 4)

= 

Vậy A = x2 

= 

= (x2 + 3x + 1)(x2 – 4x + 1)

b). B = (x – 3)(x – 5)(x – 6)(x – 10) – 24x2

= 

= (x2 – 13x + 30)(x2 – 11x + 30) – 24x2, tiếp tục như câu a.

c,d) Tương tự

**Ví dụ 8*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. A = (2x + 1)(x + 1)2(2x + 3) – 18
2. B = (6x + 5)2(3x + 2)(x + 1) – 35
3. C = (2x – 1)(x – 1)(x – 3)(2x + 3) + 9
4. D = (4x + 1)(12x – 1)(3x + 2)(x + 1) – 4

a). A = (2x + 1)(x + 1)2(2x + 3) – 18

= [(2x + 1)(2x + 3)]. (x + 1)2 – 18

= (4x2 + 8x + 3)(x2 + 2x + 1) – 18

 Đặt t = x2 + 2x, khi đó:

A = (4t + 3)(t +1) – 18

= 4t2 + 7t – 15

= (t + 3)(4t – 5)

= (x2 + 2x + 3)(x2 + 2x – 5)

b). B = (6x + 5)2(3x + 2)(x + 1) – 35

= (6x + 5)2.[(3x + 2)(x + 1)] – 35

= (36x2 + 60x + 25)(3x2 + 5x + 2) – 35

 Đặt t = 3x2 + 5x , …………….

c). C = (2x – 1)(x – 1)(x – 3)(2x + 3) + 9

= [(2x – 1)(x – 1)][(x – 3)(2x + 3)] + 9

= (2x2 – 3x + 1)(2x2 – 3x – 9) + 9

Đặt t = 2x2 – 3x ,………………

d). D = (4x + 1)(12x – 1)(3x + 2)(x + 1) – 4

= [(4x + 1)(3x + 2)][(12x – 1)(x + 1)] – 4

= (12x2 + 11x + 2)(12x2 + 11x – 1) – 4

Đặt t = 12x2 + 11x,………………..

**VIII. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP GIẢM DẦN CỦA LUỸ THỪA:**

**Ví dụ 1*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. A = x7 + x5 + 1
2. A = x8 + x7 + 1

a). A = x7 + x5 + 1

= (x7 + x6 + x5) – (x6 + x5 + x4) + ( x5 + x4 + x3) – (x3 – 1)

=x5(x2 + x + 1) – x4(x2 + x + 1) + x3(x2 + x + 1) – (x – 1)( x2 + x + 1)

= (x2 + x + 1)(x5 – x4 + x3 – x + 1)

b). B = x8 + x7 + 1

= x8 + x7+x6 – x6 + x5 – x5 + x4 – x4 + x3 – x3 + 1

= (x8 + x7 + x6) – (x6 + x5 + x4) + (x5 + x4 + x3) – (x3 – 1)

= x6(x2 + x + 1) – x4(x2 + x + 1) + x3(x2 + x + 1) – (x – 1) (x2 + x + 1)

= (x2 + x + 1)(x6 – x4 + x3 – x + 1)

\*\*\* ***Bài tập tương tự:***

***Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. **A = x5 + x4 + 1**
2. **B = x5 + x + 1**
3. **C = x10 + x8 + 1**
4. **D = x10 + x5 + 1**

*Hướng dẫn:*

1. *A = (x2 + x + 1)(x3 – x + 1)*
2. *B = (x2 + x + 1)(x3 – x2 + 1)*
3. *C = (x2 + x + 1)(x8 – x7 + x6 – x4 + x3 – x + 1)*
4. *D = (x2 + x + 1)(x8 + x7 + x6 – x4 + x3 – x + 1)*

**IX. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PP HỆ SỐ BẤT ĐỊNH (PP ĐỒNG NHẤT HỆ SỐ):**

**Ví dụ 1*. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: A = x4 + x3 + 3x2 + x + 2***

Giả sử : A = x4 + x3 + 3x2 + x + 2

= (x2 + ax + b)(x2 + cx + d), (a, b, c, d Z)

= x4 + (a + c)x3 + (b + d + ac)x2 + (ad + bc)x + bd

Đồng nhất hệ số ở các hạng tử cùng bậc ta được:

 

Vì b, d Z nên từ (4) ta được:

  v  v v 

Thử ta thấy với  ta được 

Vậy A = (x2 + 1)(x2 + x + 2)

\*\* ***Chú ý***: Phương pháp đồng nhất hệ số các hạng tử cùng bậc ở 2 vế của phương trình ta còn gọi là phương pháp hệ số bất định hay phương pháp đồng nhất hệ số.

**Ví dụ 2*. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: A = 2x4 + 2x3 + 3x2 + x + 1***

Giả sử : A = 2x4 +2 x3 + 3x2 + x + 1

= (2x2 + ax + b)(x2 + cx + d) , (a, b, c, d Z)

= 2x4 + (a + 2c)x3 + (b + 2d + ac)x2 + (ad + bc)x + bd

Đồng nhất hệ số ở các hạng tử cùng bậc ta được:

 

Vì b, d Z nên từ (4) ta được:  v 

Thử ta thấy với  ta được 

Vậy A = (2x2 + 1)(x2 + x + 1)

**X. PHÂN TÍCH CÁC BIỂU THỨC CÓ TÍNH ĐỐI XỨNG THÀNH NHÂN TỬ :**

**\*\***Trong phần này, ta xét các biểu thức mà vai trò của các biến trong biểu thức như nhau, ta còn nói các biểu thức này đối xứng đối với các biến.

**Ví dụ 1*. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: A = a(b2 – c2)+ b(c2 – a2) + c(a2 – b2)***

* ***Nhận xét:***

+ A là một biểu thức đối xứng đối với a, b, c.

+ Nếu xem A là một đa thức biến a, khi thay a = b ta được A = 0. Từ đó suy ra A chia hết cho a – b.

Tương tự A cũng chia hết cho b – c, c – a

+ A = (a – b)(b – c)(c – a).B

**Giải:**

A = a(b2 – c2)+ b(c2 – a2) + c(a2 – b2)

= **ab2** – ac2 + bc2 – **ba2** + c(a2 – b2)

= (ab2 – ba2) + (bc2 – ac2)+ c(a2 – b2)

= ab(b – a) + c2(b – a) + c(a – b)( a + b)

= (a – b)[ - ab – c2 + (a + b)]

= (a –b) (b – c)(c – a)

**Ví dụ 2*. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:***

1. A = ab(a –b) + bc(b – c) + ca(c – a)
2. B = a2(b – c) + b2(c – a) + c2(a – b)
3. C = a(b + c)(b2 – c2) + b(c + a)(c2 – a2) + c(a + b)(a2 – b2)

Giải như ví dụ 1, ta được:

1. A = - (a – b)(b –c)(c- a)
2. B = - (a – b)(b –c)(c- a)
3. C = (a – b)(b – c)(c – a)(a + b + c)

**Ví dụ 3*. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: A = (a + b + c)3 – a3 – b3– c3***

* ***Nhận xét:***

+ A là một biểu thức đối xứng đối với a, b, c.

+ Nếu xem A là một đa thức biến a, khi thay a = ***–*** b ta được A = 0. Từ đó suy ra A chia hết cho a + b.

Tương tự A cũng chia hết cho b + c, c + a

+ A = (a + b)(b + c)(c + a). B

**Giải:**

Ta có: A = (a + b + c)3 – a3 – b3– c3

= [(a+ b + c)3 – a3] – (b3 + c3)

= (b +c)[ (a+ b + c)2 + a(a+ b + c) + a2] – (b + c)(b2 – bc + c2)

= (b + c)(3a2 + b2 + c2 + 3ab + 3ac + 2bc) – (b + c)(b2 – bc + c2)

= (b + c)(3a2 + 3ab + 3ac + 3bc)

= 3(b + c)[(a2 + ab) + (ac + bc)]

= 3(b + c)(a + b)(c + a)

* ***Bài tập tương tự:*** *Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:*
1. M = ab(a2 – b2) + bc(b2 – c2) + ca(c2 – a2)
2. N = a(b3 – c3) + b(c3 – a3) + c(a3 – b3)
3. P = ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a) + 2abc

 --------------------------------------------------------------------------