

PHẦN ĐẠI SỐ

Tuần 5:

Bài 8: Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai + Luyện tập

I. Nội dung

Để rút gọn biểu thức có chứa căn bậc hai, ta cần biết vận dụng thích hợp các phép tính và các phép biến đổi đã biết.

1.1 Kiến thức cần nhớ

Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Với hai biểu thức A, B mà $B \geq 0$, ta có:

$$\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}, \text{ tức là:}$$

- $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} = A \sqrt{B}$ nếu $A \geq 0$
- $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} = -A \sqrt{B}$ nếu $A < 0$

Đưa thừa số vào trong dấu căn

Với hai biểu thức A, B mà $B \geq 0$, ta có:

- Với $A \geq 0$: $A \sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$
- Với $A < 0$: $A \sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$

Khử mẫu biểu thức lấy căn

Với hai biểu thức A, B mà $A.B \geq 0$ và $B \neq 0$, ta có:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{A.B}{B.B}} = \frac{\sqrt{A.B}}{|B|}$$

Trục căn thức ở mẫu

Với các biểu thức A, B, C ta có:

$$a) \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$$

$$b) \frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$c) \frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

1.2 Các ví dụ

Ví dụ 1. Rút gọn

$$a) 5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + \sqrt{5} \text{ với } a > 0; \quad b) 3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a} \text{ với } a \geq 0$$

Giải

$$\begin{aligned}
 a) & 5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + \sqrt{5} \\
 &= 5\sqrt{a} + 6\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{4}} - a\sqrt{\frac{4 \cdot a}{a \cdot a}} + \sqrt{5} \\
 &= 5\sqrt{a} + 6\frac{\sqrt{a}}{2} - a\frac{\sqrt{4a}}{|a|} + \sqrt{5} \\
 &= 5\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - a\frac{\sqrt{2^2 a}}{a} + \sqrt{5} \text{ (vì } a > 0) \\
 &= 5\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + \sqrt{5} \\
 &= (5 + 3 - 2)\sqrt{a} + \sqrt{5} \\
 &= 6\sqrt{a} + \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) & 3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a} \\
 &= 3\sqrt{5a} - \sqrt{4 \cdot 5a} + 4\sqrt{9 \cdot 5a} + \sqrt{a} \\
 &= 3\sqrt{5a} - \sqrt{2^2 \cdot 5a} + 4\sqrt{3^2 \cdot 5a} + \sqrt{a} \\
 &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 4 \cdot 3\sqrt{5a} + \sqrt{a} \\
 &= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 12\sqrt{5a} + \sqrt{a} \\
 &= (3 - 2 + 12)\sqrt{5a} + \sqrt{a} \\
 &= 13\sqrt{5a} + \sqrt{a}
 \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Chứng minh đẳng thức

$$\begin{aligned}
 a) & (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \\
 b) & \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \text{ với } a > 0, b > 0
 \end{aligned}$$

Giải

$$\begin{aligned}
 a) \text{ Xét VT} &= (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = (1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\
 &= 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\
 &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3 \\
 &= 2\sqrt{2} = VP
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \text{ (đpcm)}$$

$$\begin{aligned}
 b) \text{ Xét VT} &= \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = \frac{\sqrt{a^2 \cdot a} + \sqrt{b^2 \cdot b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\
 &= \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\
 &= \frac{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\
 &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{ab} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (\sqrt{a} - \sqrt{ab} + \sqrt{b}) - \sqrt{ab} \\
&= \sqrt{a} - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b} \\
&= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = VP
\end{aligned}$$

Vậy $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$ (đpcm)

Ví dụ 3. Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right) \text{ với } a > 0 \text{ và } a \neq 1$$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của a để $P < 0$

Giải

a) Rút gọn:

$$P = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right)$$

$$P = \left(\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}}{2 \cdot \sqrt{a}} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left[\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \right]$$

$$P = \left[\frac{(\sqrt{a})^2 - 1}{2\sqrt{a}} \right]^2 \cdot \left[\frac{(\sqrt{a}-1)^2 - (\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \right]$$

$$P = \left[\frac{a-1}{2\sqrt{a}} \right]^2 \cdot \left[\frac{a-2\sqrt{a}+1 - (a+2\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2 - 1^2} \right]$$

$$P = \frac{(a-1)^2}{(2\sqrt{a})^2} \cdot \left[\frac{a-2\sqrt{a}+1 - a-2\sqrt{a}-1}{a-1} \right]$$

$$P = \frac{(a-1)^2}{(2\sqrt{a})^2} \cdot \frac{-4\sqrt{a}}{a-1}$$

$$P = \frac{(a-1)}{4(\sqrt{a})^2} \cdot (-4\sqrt{a})$$

$$P = \frac{-(a-1)}{\sqrt{a}} = \frac{1-a}{\sqrt{a}}$$

b) Để $P < 0$ với $a > 0$ và $a \neq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1-a}{\sqrt{a}} < 0. \text{ Mà } \sqrt{a} > 0$$

$$\Leftrightarrow 1-a < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 < a$$

$$\Leftrightarrow a > 1$$

Vậy giá trị của $a > 1$ thì $P < 0$.

II. Bài tập

Dặn dò: HS làm bài tập 58, 59, 60, 61, 62, 64, 65 SGK trang 32,33,34

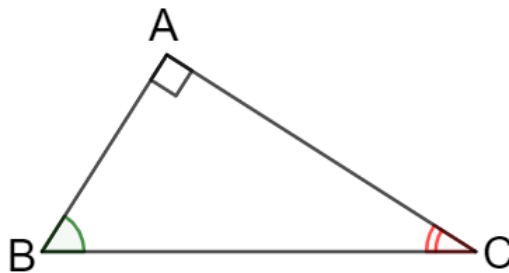
PHẦN HÌNH HỌC

Tuần 5:

Bài 4: Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông + Luyện tập

I. Nội dung

1.1 Các hệ thức



Định lý: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- Cạnh huyền nhân với sin góc đối
- Cạnh huyền nhân với cos góc kề
- CGV kia nhân với tan góc đối
- CGV kia nhân với cot góc kề

Cụ thể:

Trong $\triangle ABC$ vuông tại A:

- $AB = BC \cdot \sin C$
- $AB = BC \cdot \cos B$
- $AB = AC \cdot \tan C$
- $AB = AC \cdot \cot B$

1.2 Áp dụng giải tam giác vuông

Giải tam giác vuông là tính các cạnh và các góc chưa biết của tam giác vuông đó.

Ví dụ. Giải tam giác ABC vuông tại A trong mỗi trường hợp sau: (số đo góc làm tròn đến độ, số đo cạnh làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

a) $AC = 10\text{cm}$, $\hat{C} = 30^\circ$

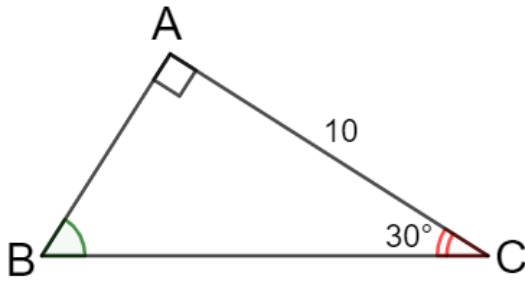
b) $BC = 20\text{cm}$, $\hat{B} = 35^\circ$

c) $BC = 20\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$

d) $\sin C = 0,6$; $AC = 6\text{cm}$

Giải

a) $AC = 10\text{cm}$, $\hat{C} = 30^\circ$



$$\begin{aligned} * \quad \hat{B} + \hat{C} &= 90^\circ \text{ (}\triangle ABC \text{ vuông tại A)} \\ \Leftrightarrow \hat{B} + 30^\circ &= 90^\circ \\ \Leftrightarrow \hat{B} &= 90^\circ - 30^\circ \\ \Leftrightarrow \hat{B} &= 60^\circ \end{aligned}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A:

$$\begin{aligned} * \quad AB &= AC \cdot \tan C \\ \text{(CGV này = CGV kia} \cdot \tan \text{ góc đối)} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow AB = 10 \cdot \tan 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow AB = \frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 5,8 \text{ cm}$$

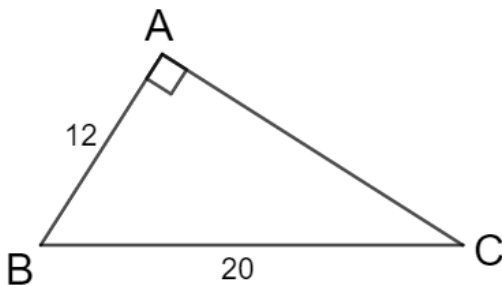
$$* \quad BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pytago)}$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 10^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = \frac{400}{3}$$

$$\Leftrightarrow BC = \sqrt{\frac{400}{3}} \approx 11,5 \text{ cm}$$

c) $BC = 20\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A:

$$* \quad BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pytago)}$$

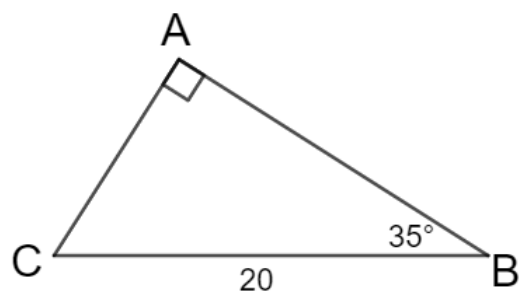
$$\Leftrightarrow 20^2 = 12^2 + AC^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 20^2 - 12^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 256$$

$$\Leftrightarrow AC = \sqrt{256} = 16 \text{ cm}$$

b) $BC = 20\text{cm}$, $\hat{B} = 35^\circ$



$$\begin{aligned} * \quad \hat{B} + \hat{C} &= 90^\circ \text{ (}\triangle ABC \text{ vuông tại A)} \\ \Leftrightarrow 35^\circ + \hat{C} &= 90^\circ \\ \Leftrightarrow \hat{C} &= 90^\circ - 35^\circ \\ \Leftrightarrow \hat{C} &= 55^\circ \end{aligned}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A:

$$* \quad AB = BC \cdot \cos B$$

$$\text{(CGV này = Cạnh huyền} \cdot \cos \text{ góc kề)}$$

$$\Leftrightarrow AB = 20 \cdot \cos 35^\circ$$

$$\Leftrightarrow AB \approx 16,4 \text{ cm}$$

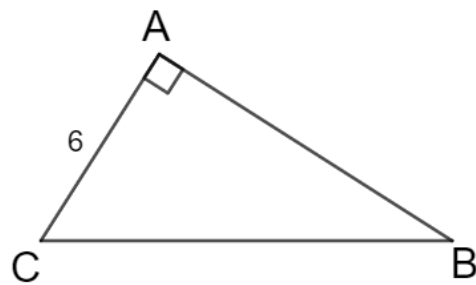
$$* \quad AC = BC \cdot \sin B$$

$$\text{(CGV này = Cạnh huyền} \cdot \sin \text{ góc đối)}$$

$$\Leftrightarrow AC = 20 \cdot \sin 35^\circ$$

$$\Leftrightarrow AC \approx 11,5 \text{ cm}$$

d) $\sin C = 0,6$; $AC = 6\text{cm}$



$$* \quad \sin C = 0,6$$

$$\Rightarrow \hat{C} \approx 37^\circ$$

$$* \quad \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \text{ (}\triangle ABC \text{ vuông tại A)}$$

$$\Leftrightarrow \hat{B} + 37^\circ = 90^\circ$$

$$\Leftrightarrow \hat{B} = 90^\circ - 37^\circ$$

$$\Leftrightarrow \hat{B} = 53^\circ$$

$$* \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{12}$$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 53^0$$

$$* \hat{B} + \hat{C} = 90^0 \text{ (}\triangle ABC \text{ vuông tại A)}$$

$$\Leftrightarrow 53^0 + \hat{C} = 90^0$$

$$\Leftrightarrow \hat{C} = 90^0 - 53^0$$

$$\Leftrightarrow \hat{C} = 37^0$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A:

$$* AB = AC \cdot \tan C$$

(CGV này = CGV kia . tan góc đối)

$$\Leftrightarrow AB = 6 \cdot \tan 37^0$$

$$\Leftrightarrow AB \approx 4,5 \text{ cm}$$

$$* BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pytago)}$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 4,5^2 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 56,25$$

$$\Leftrightarrow BC = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ cm}$$

II. Bài tập

Dặn dò: HS làm bài tập 26, 27 SGK trang 88 và 28 đến 32 SGK trang 89