

ĐẠI SỐ LỚP 9

Chủ đề 2: BIẾN ĐỔI CĂN THỨC P2. Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai

I. Một số ví dụ

1) VD1. Rút gọn.

$$\begin{aligned} & 5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + \sqrt{5} \quad \text{Với } a > 0 \\ &= 5\sqrt{a} + \frac{6}{2}\sqrt{a} - a\sqrt{\frac{4a}{a^2}} + \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + \sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{a} + \sqrt{5} \end{aligned}$$

?1/sgk/31. Rút gọn:

$$3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a} \text{ Với } a \geq 0$$

$$3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} + \sqrt{a}$$

$$= 3\sqrt{5a} - \sqrt{4 \cdot 5a} + 4\sqrt{9 \cdot 5a} + \sqrt{a}$$

$$= 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 12\sqrt{5a} + \sqrt{a}$$

$$= 13\sqrt{5a} + \sqrt{a}$$

I. Một số ví dụ

Ví dụ 2: Chứng minh đẳng thức

$$(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2}$$



Giải:

Biến đổi vế trái:

$$\begin{aligned} VT &= (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = (1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3 = 2\sqrt{2} = VP \end{aligned}$$

Sau khi biến đổi ta thấy vế trái bằng vế phải, vậy đẳng thức được chứng minh.

?2. Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \quad \text{Với } a>0; b>0$$

$$\begin{aligned} \text{VT} &= \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\ &= \frac{\sqrt{a}^3 + \sqrt{b}^3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\ &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \\ &= a - \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab} \\ &= \sqrt{a}^2 - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b}^2 \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \\ &= \text{VP} \end{aligned}$$

Vậy đẳng thức đã được chứng minh

I. Một số ví dụ

Ví dụ 3: Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right) \quad \text{Với } a > 0 \text{ và } a \neq 1$$

a) Rút gọn biểu thức P;

b) Tìm giá trị của a để $P < 0$

Giải:

a) Rút gọn biểu thức P:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - 1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)^2 - (\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \cdot \frac{a-2\sqrt{a}+1-a-2\sqrt{a}-1}{a-1} \\ &= \frac{(a-1)(-4\sqrt{a})}{(2\sqrt{a})^2} \\ &= \frac{(1-a) \cdot 4\sqrt{a}}{4a} = \frac{1-a}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1-a}{\sqrt{a}} \quad \text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1$$

b) Tìm giá trị của a để $P < 0$

Do $a > 0$ và $a \neq 1$ nên

$$P = \frac{1-a}{\sqrt{a}} < 0 \Leftrightarrow 1-a < 0 \Leftrightarrow a > 1$$

$$\text{Vậy khi } a > 1 \text{ thì } P = \frac{1-a}{\sqrt{a}} < 0$$

?3: Rút gọn các biểu thức sau:

a)
$$\frac{(x^2 - 3)}{x + \sqrt{3}}$$

b)
$$\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} \quad \text{Với } a \geq 0 \text{ và } a \neq 1$$

?3: Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a/ } \frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{x^2-\sqrt{3}^2}{x+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}{x+\sqrt{3}}$$

$$= x - \sqrt{3}$$

$$\text{b/ } \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} \text{ với } a \geq 0 \text{ và } a \neq 1$$

$$= \frac{1^3-(\sqrt{a})^3}{1-\sqrt{a}}$$

$$= \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a}+a)}{1-\sqrt{a}}$$

$$= 1+\sqrt{a}+a$$

2. Bài tập: Bài 60. tr 33 <SGK>.

Cho biểu thức: $B = \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ Với $x \geq -1$

a) Rút gọn biểu thức B

b) Tìm x sao cho B có giá trị là 16

Giải:

a) Rút gọn biểu thức B

$$\begin{aligned}\text{Ta có } B &= \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} \\ &= \sqrt{16(x+1)} - \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1} \\ &= 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} \\ &= 4\sqrt{x+1}\end{aligned}$$

b) Tìm x sao cho B có giá trị là 16

$$B = 16 \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 4 \Leftrightarrow x+1 = 16 \Leftrightarrow x = 15$$

Vậy $x = 15$ thì B có giá trị là 16 (thỏa mãn điều kiện $x \geq -1$)

■ 3. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

• $1/ \sqrt{A^2} = |A|$

• $2/ \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

• $3/ \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ với $A \geq 0, B > 0$

- Các phép biến đổi đưa thừa số ra ngoài dấu căn, đưa thừa số vào trong dấu căn, khử mẫu biểu thức lấy căn, trục căn thức ở mẫu.
- Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai:
- + Trước hết ta thường thực hiện các phép biến đổi đơn giản các căn thức bậc hai nhằm làm xuất hiện các căn thức bậc hai có cùng một biểu thức dưới dấu căn (gọi là căn đồng dạng).
 - + Sau đó thực hiện các phép tính (chú ý ước lược các căn thức có cùng một biểu thức dưới dấu căn/cộng trừ căn đồng dạng)
- Bài toán rút gọn có thể có nhiều cách làm khác nhau, nên lựa chọn cách làm ngắn gọn nhất, và kết quả được viết dưới dạng thu gọn nhất.

Bài 58. Rút gọn các biểu thức:

$$\begin{aligned} & \blacksquare a/ 5 \sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2} \sqrt{20} + \sqrt{5} \\ &= 5 \sqrt{\frac{1.5}{5.5}} + \frac{1}{2} \sqrt{4.5} + \sqrt{5} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

Bài 58. Rút gọn các biểu thức:

$$\blacksquare / \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$$

$$= \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + 3\sqrt{9.2} + \sqrt{36.2}$$

$$= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{5} + 15\sqrt{2}$$

Bài 59. Rút gọn biểu thức với $a > 0, b > 0$

$$\blacksquare / 5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a}$$

$$= 5\sqrt{a} - 20b\sqrt{a^2 \cdot a} + 20ab\sqrt{a} - 6\sqrt{a}$$

$$= 5\sqrt{a} - 20ab\sqrt{a} + 20ab\sqrt{a} - 6\sqrt{a}$$

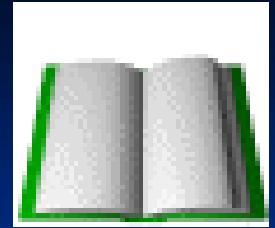
$$= -\sqrt{a}$$

Bài 66. Giá trị của biểu thức

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} \text{ bằng:}$$

- ☒ (A). $\frac{1}{2}$
- (B). 1
- (C). -4
- (D). 4

CÔNG VIỆC VỀ NHÀ:



1) Học kỹ lý thuyết về rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai.

2) Bài tập về nhà:

Bài số 58(b,d), 59b, 62, 65 trang 32,33,34
SGK

