



PHẦN

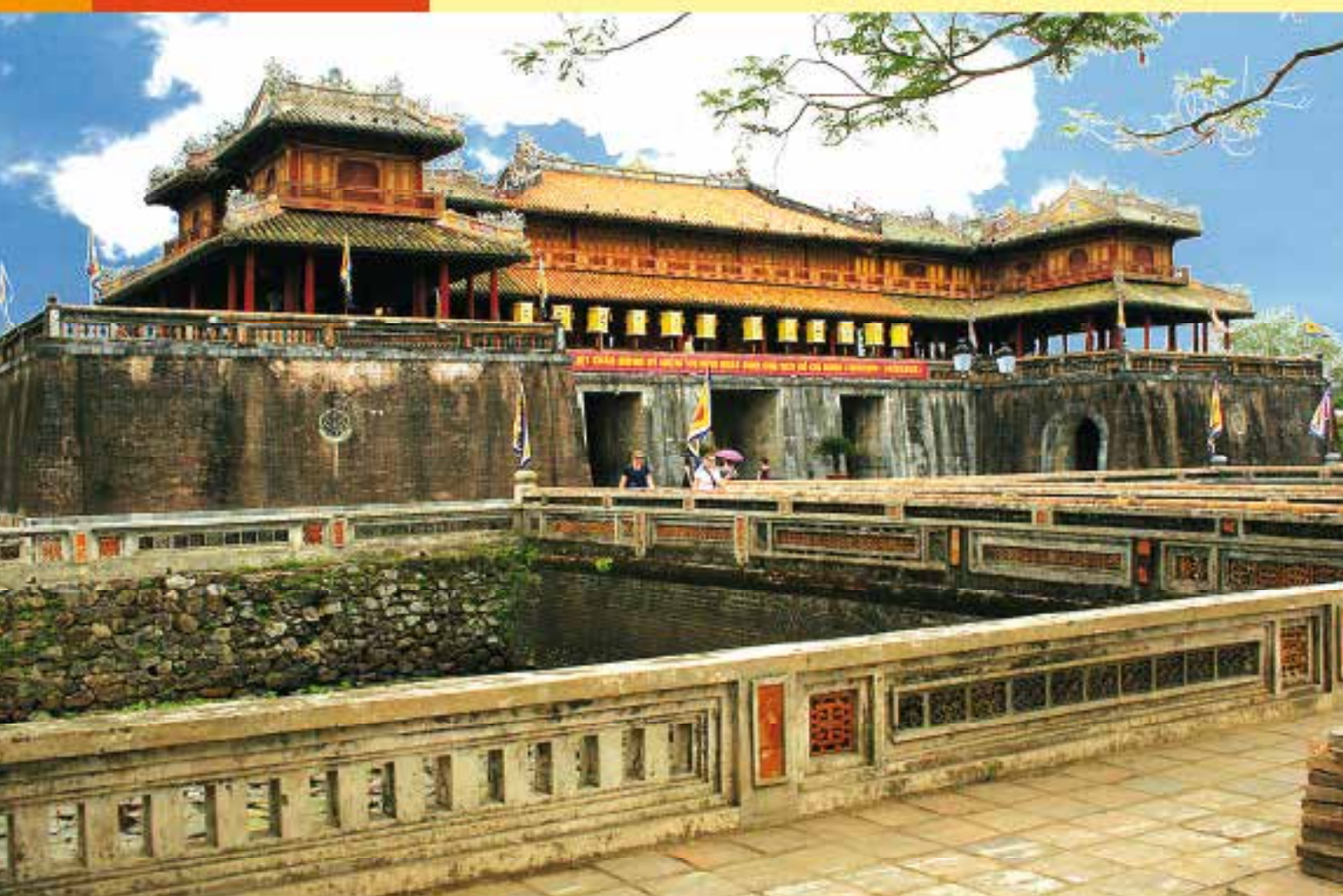
Hình học

CHƯƠNG

1

TỨ GIÁC

- Tứ giác - Hình thang
- Hình bình hành – Hình chữ nhật – Hình thoi – Hình vuông



Ngọ Môn, cổng chính của kinh thành Huế thời Nguyễn, có nền lát đá hình vuông, ba cửa chính có hình chữ nhật, hai bên là tường thành hình thang, các mái dạng hình thang cân lợp ngói đỏ. Tất cả được xây đối xứng trên một trục chính dẫn vào Hoàng thành.

TỬ GIÁC – HÌNH THANG

Tứ giác

Hình thang

Hình thang cân

Đường trung bình của tam giác, của hình thang

Dựng hình bằng thước và compa. Dựng hình thang



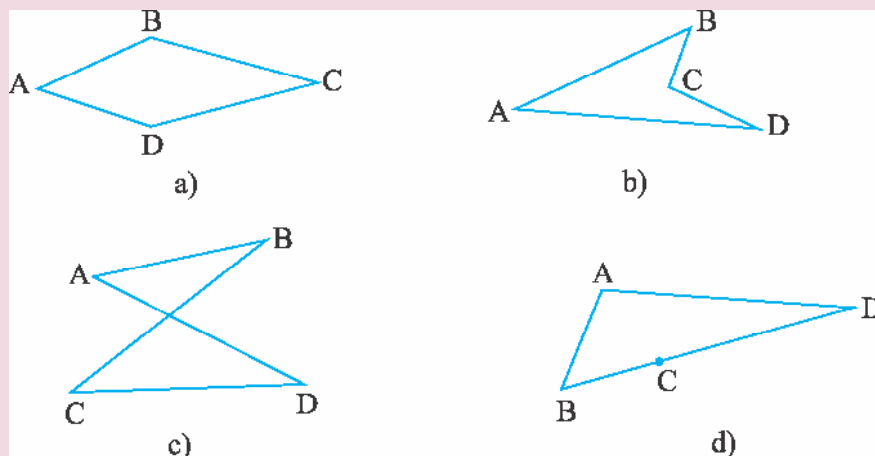
Trụ sở Ủy ban nhân dân Thành phố Hồ Chí Minh với hai nóc tháp hình tứ giác lập nên đồ đối xứng nhau qua tháp đồng hồ.



1. TỨ GIÁC

Hoạt động 1

Quan sát các hình 1a, 1b, 1c, 1d dưới đây :



Hình 1

Hãy cho biết mỗi hình trong các hình 1a, 1b, 1c, 1d được tạo thành bởi những đoạn thẳng nào ?

Ở hình 1d, các đoạn thẳng BC và CD ở vị trí như thế nào ?

Ở các hình 1a, 1b, 1c các đoạn thẳng tạo nên hình có cùng nằm trên một đường thẳng như đoạn thẳng BC và CD của hình 1d không ?

Định nghĩa

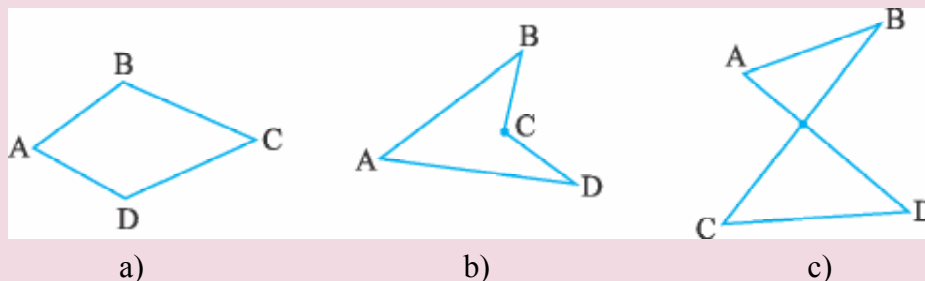
Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

Trong hình 1, mỗi hình 1a, 1b, 1c là một tứ giác ; hình 1d không là tứ giác.

Tứ giác ABCD còn được gọi là tứ giác DCBA, CBAD, BADC, ... Các điểm A, B, C, D gọi là các *đỉnh*, các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các *cạnh*.

Hoạt động 2

Quan sát hình 2. Em hãy nhận xét về vị trí của mỗi tứ giác so với nửa mặt phẳng có bờ là một đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.



Hình 2

Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

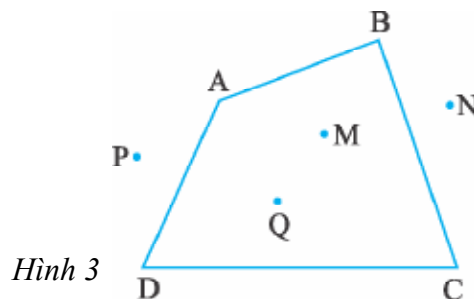
Tứ giác ở hình 2a là một tứ giác lồi.

Chú ý : Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.



THỬ TÀI BẠN

1. Hãy tìm các tứ giác lồi ở hình 1.
2. Hãy vẽ một tứ giác lồi và một tứ giác không lồi.



Hình 3

3. Quan sát hình 3, hãy trả lời các câu hỏi a, b, c, d, e và điền vào chỗ trống (...) ở các câu f, g, h.

Trong một tứ giác :

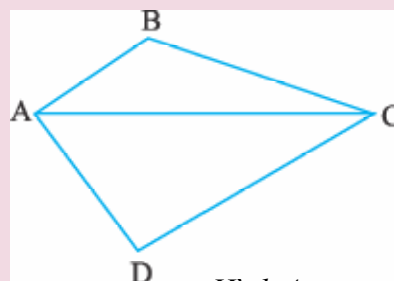
- a) Hai đỉnh kề nhau là hai đỉnh cùng nằm trên một cạnh. Ví dụ : Đỉnh A kề với đỉnh B. Hỏi đỉnh C kề với đỉnh nào ?
- b) Hai đỉnh đối nhau là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh. Ví dụ : Đỉnh đối với đỉnh A là đỉnh C. Hỏi đỉnh đối với đỉnh B là đỉnh nào ?
- c) Đường chéo là đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau. Ví dụ : AC là đường chéo. Tìm đường chéo còn lại của tứ giác.
- d) Hai cạnh kề nhau là hai cạnh có chung một đỉnh. Ví dụ : Một cặp cạnh kề nhau là AB và BC. Hãy kể tên các cặp cạnh kề nhau còn lại.
- e) Hai cạnh đối nhau là hai cạnh không có chung một đỉnh nào. Ví dụ : Một cặp cạnh đối nhau là AB và CD. Hãy kể tên một cặp cạnh đối nhau khác.
- f) Các góc của tứ giác là : góc A, ...
- g) Điểm nằm trong tứ giác là : M, ...
- h) Điểm nằm ngoài tứ giác là : P, ...

♦ Tổng các góc trong một tứ giác

Hoạt động 3

Đường chéo AC chia tứ giác ABCD thành hai tam giác ACB và ACD (h.4).

Tính tổng các góc của tam giác ABC và tam giác ADC. Từ đó, ta có nhận xét gì về tổng các góc của tứ giác ABCD.



Hình 4

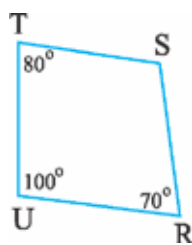
Định lí

Tổng số đo bốn góc trong một tứ giác bằng 360° .



THỬ TÀI BẠN

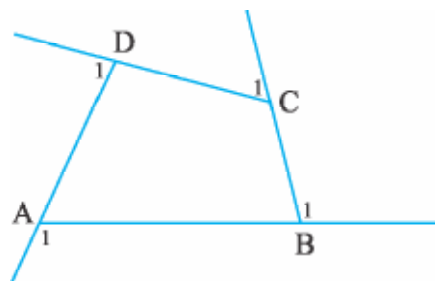
1. Tìm số đo góc S ở hình 5 :



Hình 5

2. Góc kề bù với một góc của tứ giác được gọi là góc ngoài của tứ giác.

Hãy tính tổng bốn góc ngoài $\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1$ của tứ giác ABCD ở hình 6.



Hình 6



2. HÌNH THANG

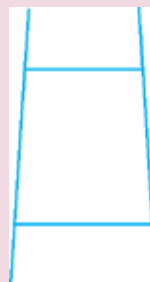
Hoạt động

4

Hình 7b là hình vẽ minh họa một phần của chiếc thang tre ở hình 7a. Em có nhận xét gì về các bậc thang của chiếc thang ?



a)



b)

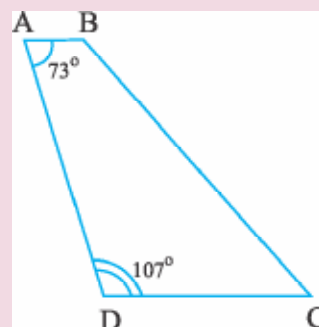
Hình 7

Hoạt động

5



a)



b)

Hình 8

Hình 8b là hình ảnh của phần đuôi một chiếc máy bay ở hình 8a.

Dùng thước đo góc đo số đo của cặp góc A và D của tứ giác ABCD ta được kết quả như trên hình 8b.

Dựa vào dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song đã học ở lớp 7, em rút ra nhận xét gì về mối quan hệ giữa hai cạnh AB và CD ?

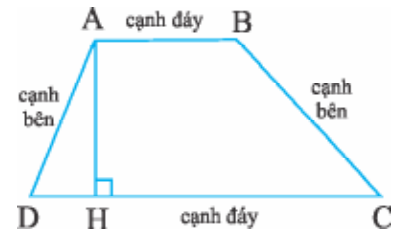
Định nghĩa

Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Ví dụ : Tứ giác ABCD trên hình 8b có $AB \parallel CD$ là một hình thang.

Hình 9 là hình thang ABCD với $AB \parallel CD$. Ta có :

- Các đoạn thẳng AB, CD gọi là các *cạnh đáy* (hoặc *đáy*).
- Nếu $AB < CD$ thì ta còn gọi AB là *đáy nhỏ*, CD là *đáy lớn*.
- Các đoạn thẳng AD, BC gọi là các *cạnh bên*.
- AH là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng DC, đoạn thẳng AH gọi là *đường cao* của hình thang.



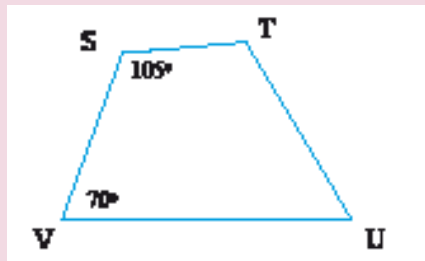
Hình 9

Hoạt động

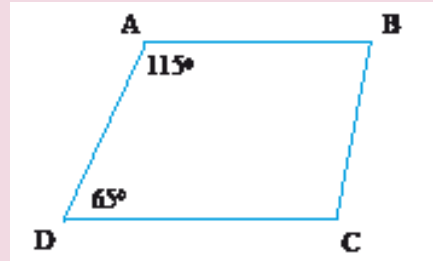
6

Quan sát hình 10a và 10b. Hãy chỉ ra hình nào là hình thang.

Em có nhận xét gì về hai góc kề một cạnh bên của hình thang.



a)



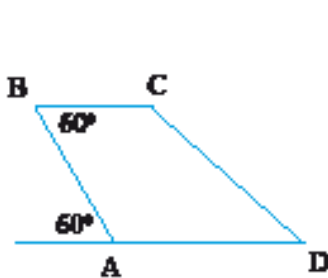
b)

Hình 10

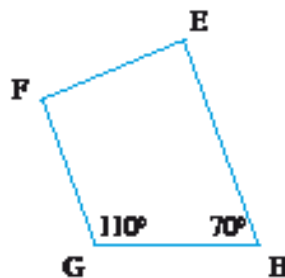


THỬ TÀI BẠN

Tìm các tứ giác là hình thang trong hình 11 :



a)



b)



c)

Hình 11

Nhận xét

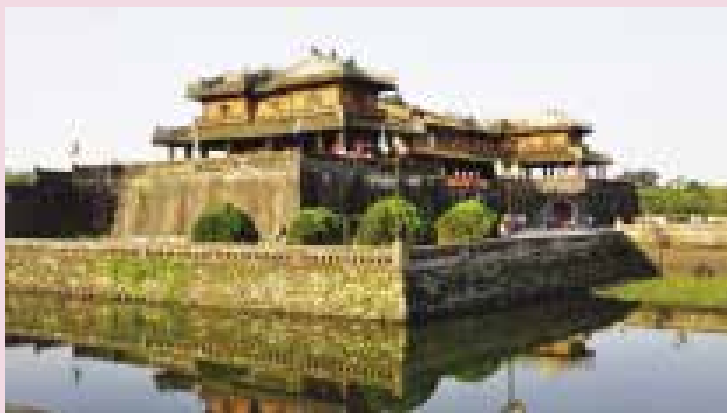
- Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau.
- Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.

♦ Hình thang vuông

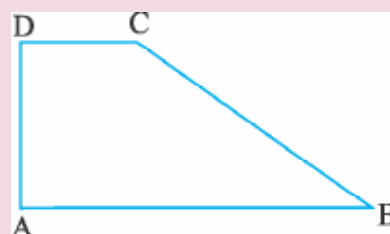
Hoạt động

7

Hình 12a là Cổng Ngọ Môn kinh thành Huế. Hình 12b là hình vẽ minh họa mặt trước chân thành. Hãy đo hai góc A và D rồi rút ra nhận xét về hai cạnh AB, CD của tứ giác ABCD.



a)



b)

Hình 12

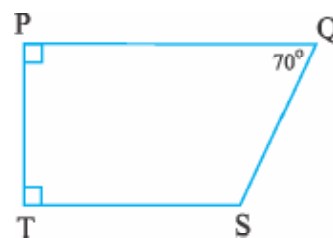
Định nghĩa

Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

Ví dụ :

Hình 12b là một hình thang vuông với $AB \parallel CD$ và $\widehat{A} = 90^\circ$.

Hình 13 là một hình thang vuông với $PQ \parallel TS$ và $\widehat{P} = 90^\circ$.

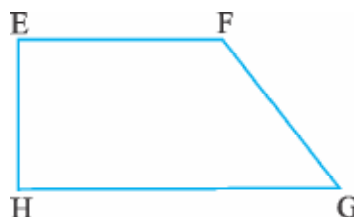


Hình 13



THỬ TÀI BẠN

Dùng thước đo góc để chứng minh tứ giác ở hình 14 là hình thang vuông.



Hình 14

3. HÌNH THANG CÂN

Hoạt động 8

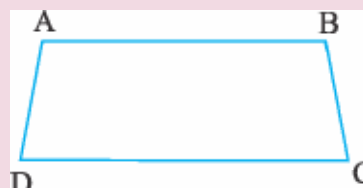
Hình 15b là hình ảnh của một mặt bên của tầng đế cột cờ Hà Nội. Dùng thước đo góc để đo hai góc A và D của tứ giác ABCD.

Suy ra tứ giác ABCD là hình gì ?

Hãy đo tiếp số đo của góc C, so sánh số đo góc C với góc D.



a)



b)

Hình 15

Định nghĩa

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Tứ giác ABCD là hình thang cân (đáy AB, CD) $\Leftrightarrow \begin{cases} AB // CD \\ \hat{C} = \hat{D} \text{ hoặc } \hat{A} = \hat{B} \end{cases}$

Ví dụ :

a) Hình 15b là một hình thang cân với $AB // CD$ và $\hat{D} = \hat{C}$.

b) Tứ giác ABCD ở hình 16 có tổng hai góc A và D bằng 180° mà lại ở vị trí trong cùng phía nên $AB // CD$, do đó ABCD là hình thang.

Hình thang này có hai góc C và D bằng nhau (cùng bằng 100°) nên ABCD là hình thang cân.



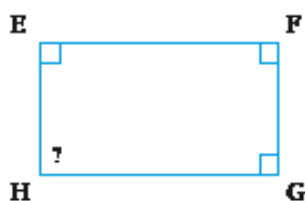
Hình 16



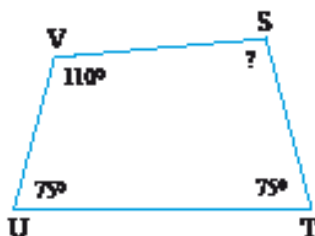
THỬ TÀI BẠN

Cho các tứ giác trong hình 17.

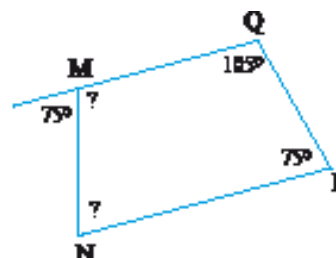
- Tính các góc của mỗi tứ giác.
- Hãy cho biết các tứ giác nào là hình thang cân.
- Có nhận xét gì về hai góc đối của hình thang cân ?



a)



b)



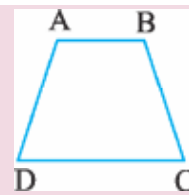
c)

Hình 17

♦ Tính chất

Hoạt động 9

Cho hình thang cân ABCD (h.18). Hãy đo độ dài hai cạnh bên AD và BC rồi rút ra kết luận.



Hình 18

Định lý 1

Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân ($AB \parallel CD$)
KL	$AD = BC$

Ví dụ : Hình thang cân ABCD trong hình 18 có $AD = BC$.

Chú ý : Hình thang cân thì có hai cạnh bên bằng nhau, nhưng hình thang có hai cạnh bên bằng nhau không phải luôn luôn là hình thang cân.

Hoạt động 10

Sử dụng thước để nối AC và BD ở hình 18. Hãy đo độ dài hai đường chéo AC và BD và rút ra kết luận.

Định lý 2

Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

GT	ABCD là hình thang cân ($AB \parallel CD$)
KL	$AC = BD$

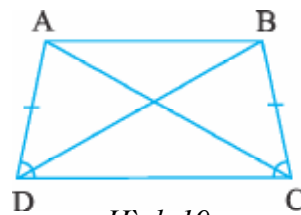
Chứng minh : Xét hai tam giác ADC và BCD (h.19), ta có :

CD là cạnh chung

$$\widehat{ADC} = \widehat{BCD} \quad (\text{định nghĩa hình thang cân})$$

$$AD = BC \quad (\text{cạnh bên của hình thang cân})$$

Do đó : $\triangle ADC = \triangle BCD$ (c.g.c), suy ra $AC = BD$.

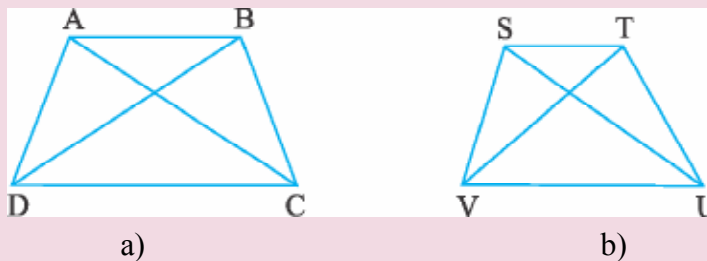


Hình 19

♦ Dấu hiệu nhận biết

Hoạt động 11

Cho các hình thang sau :



Hình 20

Em hãy đo độ dài hai đường chéo của mỗi hình thang và nêu nhận xét.

Định lí 3

Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Dấu hiệu nhận biết hình thang cân :

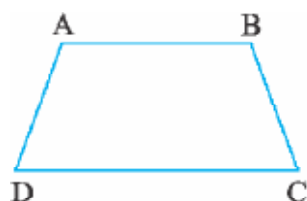
1. Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

2. Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.

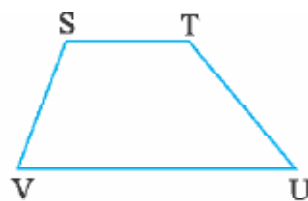


THỬ TÀI BẠN

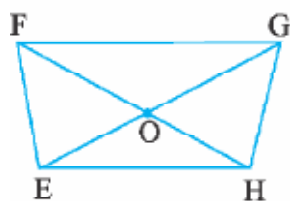
Hãy sử dụng thước đo góc và thước dài để tìm hình thang cân trong các tứ giác ở hình 21.



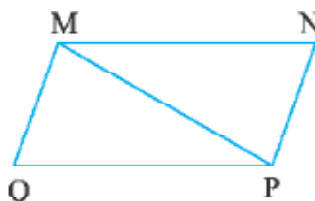
a)



b)



c)



d)

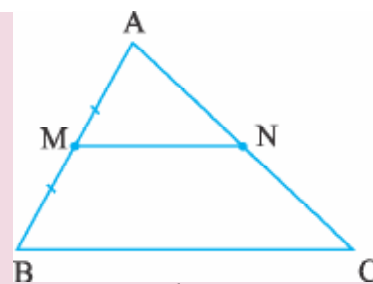
Hình 21

4. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, CỦA HÌNH THANG

◆ Đường trung bình của tam giác

Hoạt động 12

Vẽ tam giác ABC, lấy M là trung điểm của AB. Qua M vẽ đường thẳng song song với BC, đường thẳng này cắt AC ở N (h.22). Đo AN và NC rồi nêu nhận xét.



Hình 22

Định lí 1

Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

GT | $\triangle ABC$, $AM = MB$, $MN \parallel BC$

KL | $AN = NC$



THỬ TÀI BẠN

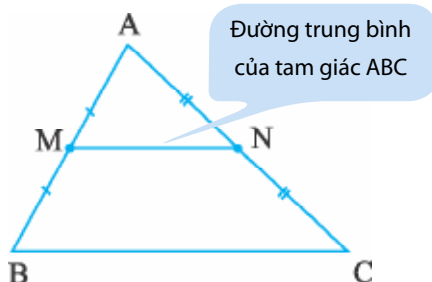
Ở hình 22, cho biết $AN = 6$ cm. Tính AC.

Định nghĩa

Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

Ví dụ :

Trên hình 23, M là trung điểm của AB, N là trung điểm của AC, đoạn thẳng MN gọi là *đường trung bình* của tam giác ABC.



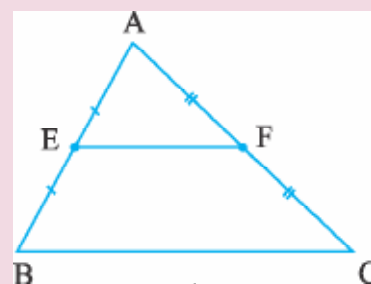
Hình 23

Hoạt động 13

Vẽ tam giác ABC có E là trung điểm của AB, F là trung điểm của AC (h.24).

– Dùng thước đo góc, hãy đo góc AEF và góc ABC rồi nhận xét về vị trí của hai đường thẳng EF và BC.

– Dùng thước chia khoảng, hãy đo EF và BC rồi nêu nhận xét.



Hình 24

Định lý 2

Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

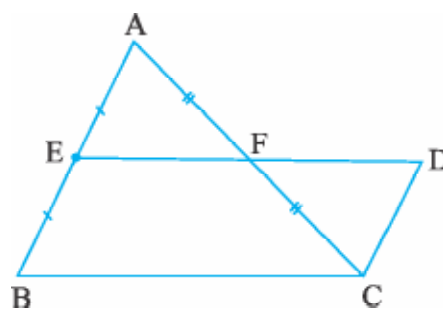
GT	$\triangle ABC, EA = EB, FA = FC$
KL	$FE \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC$

Chứng minh (h.25)

Từ C, kẻ đường thẳng song song với AB cắt đường thẳng EF tại D.

Ta có : $\triangle AEF = \triangle CDF$ (g.c.g), suy ra $EF = DF = \frac{1}{2}ED$.

Mặt khác $AE = EB$ (giả thiết) và $AE = CD$ nên $EB = CD$.



Hình 25

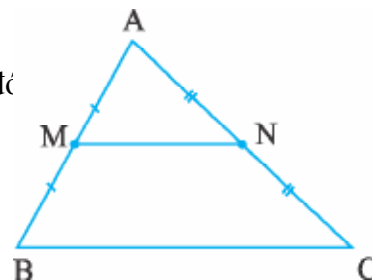
DEBC là hình thang (do $CD \parallel AB$) có hai đáy EB, CD bằng nhau nên hai cạnh bên ED, BC song song và bằng nhau.

Do đó $EF \parallel BC$ và $EF = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}BC$.



THỬ TÀI BẠN

- Vẽ tam giác ABC, rồi vẽ các đường trung bình của tam giác đó
- Ở hình 26, biết $MN = 24$ cm, tính độ dài BC.



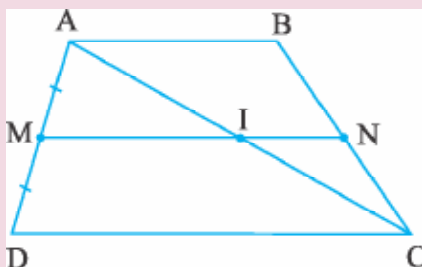
Hình 26

◆ Đường trung bình của hình thang

Hoạt động 14

Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) (h.27). Qua trung điểm M của cạnh AD kẻ đường thẳng song song với hai đáy, đường thẳng này cắt AC ở I, cắt BC ở N.

Em có nhận xét gì về vị trí điểm I trên AC, N trên BC ?

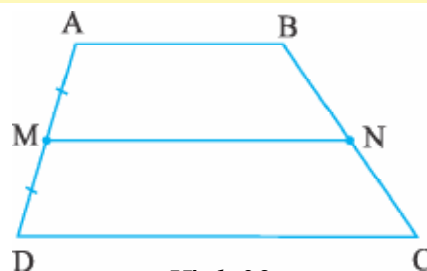


Hình 27

Định lý 3

Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.

GT	ABCD là hình thang ($AB \parallel CD$) $AM = MD$, $MN \parallel AB$, $MN \parallel CD$
KL	$BN = NC$



Hình 28



THỬ TÀI BẠN

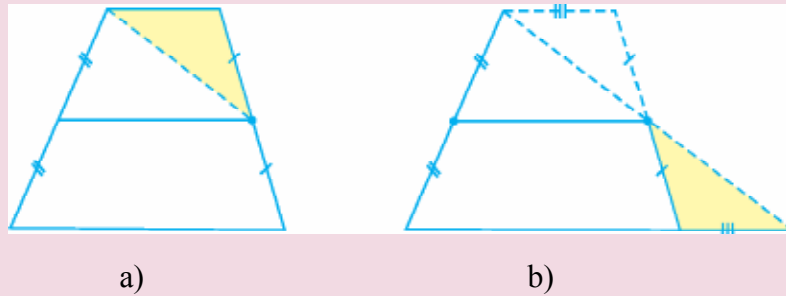
Ở hình 28, cho $BN = 8$ cm. Tính BC.

Trên hình 28, M là trung điểm của AD, N là trung điểm của BC. Đoạn thẳng MN gọi là *đường trung bình* của hình thang ABCD.

Định nghĩa

Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.

Vẽ trên tờ giấy một hình thang và đường trung bình của hình thang đó. Tô màu tam giác nằm trong hình thang như hình 29a. Cắt rời tam giác đã tô màu khỏi hình thang và đặt vào vị trí như hình 29b. Hãy nêu dự đoán về độ dài đường trung bình của hình thang so với tổng độ dài hai đáy của hình thang.

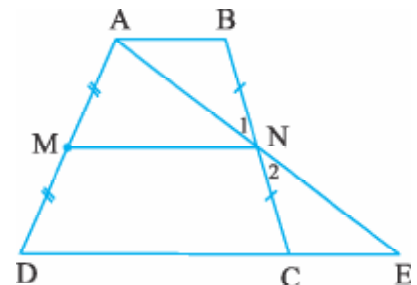


Hình 29

Định lý 4

Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.

GT	Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) $AM = MD, BN = NC$
KL	$MN \parallel AB, MN \parallel CD$ $MN = \frac{AB + CD}{2}$



Hình 30

Chứng minh. (h.30) Gọi E là giao điểm của đường thẳng AN với đường thẳng DC.

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle ECN$ có : $\widehat{N}_1 = \widehat{N}_2$ (đối đỉnh)

$NB = NC$ (giả thiết)

$\widehat{ABN} = \widehat{ECN}$ (so le trong, $AB \parallel DE$).

Do đó $\triangle ABN = \triangle ECN$ (g.c.g), suy ra $AN = NE$ và $AB = CE$.

$\triangle ADE$ có M là trung điểm của AD, N là trung điểm của AE nên MN là đường trung bình của $\triangle ADE$.

Suy ra $MN \parallel DE$ và $MN = \frac{1}{2}DE$.

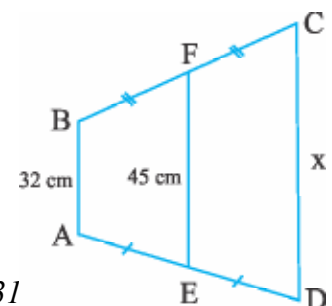
Mặt khác $DE = DC + CE = DC + AB$.

Như vậy $MN \parallel AB, MN \parallel DC$ và $MN = \frac{DC + AB}{2}$.



THỬ TÀI BẠN

Tính x trên hình 31.



Hình 31



5. DỰNG HÌNH BẰNG THƯỚC VÀ COMPA

♦ Bài toán dựng hình

Ta đã biết vẽ hình bằng nhiều dụng cụ : thước thẳng, compa, êke, thước đo góc, ...

Ta xét các bài toán vẽ hình mà chỉ sử dụng hai dụng cụ là thước và compa, chúng được gọi là các *bài toán dựng hình*.



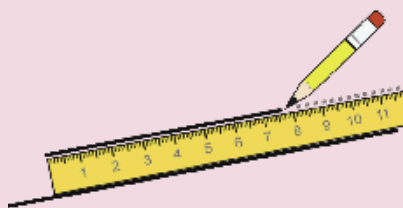
Hoạt động 16

a) Dùng thước thẳng, hãy vẽ :

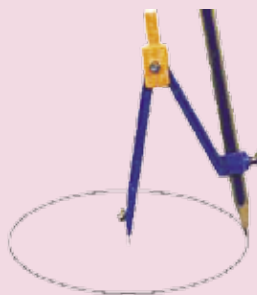
- Một đường thẳng khi biết hai điểm của nó.
- Một đoạn thẳng khi biết hai đầu mút của nó.
- Một tia khi biết gốc và một điểm của tia.

b) Dùng compa, hãy vẽ :

- Một đường tròn khi biết tâm và bán kính của nó.



a)



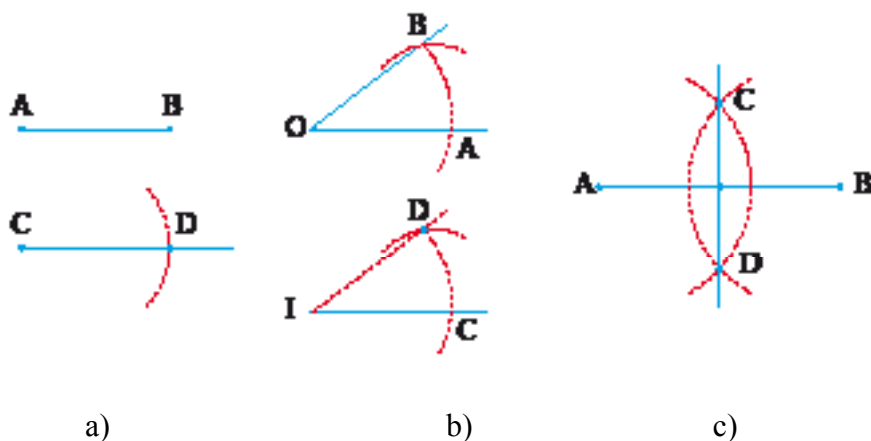
b)

Hình 32

♦ Các bài toán dựng hình đã biết

Ở hình học lớp 6 và hình học lớp 7, với thước và compa, ta đã biết cách giải các bài toán dựng hình sau :

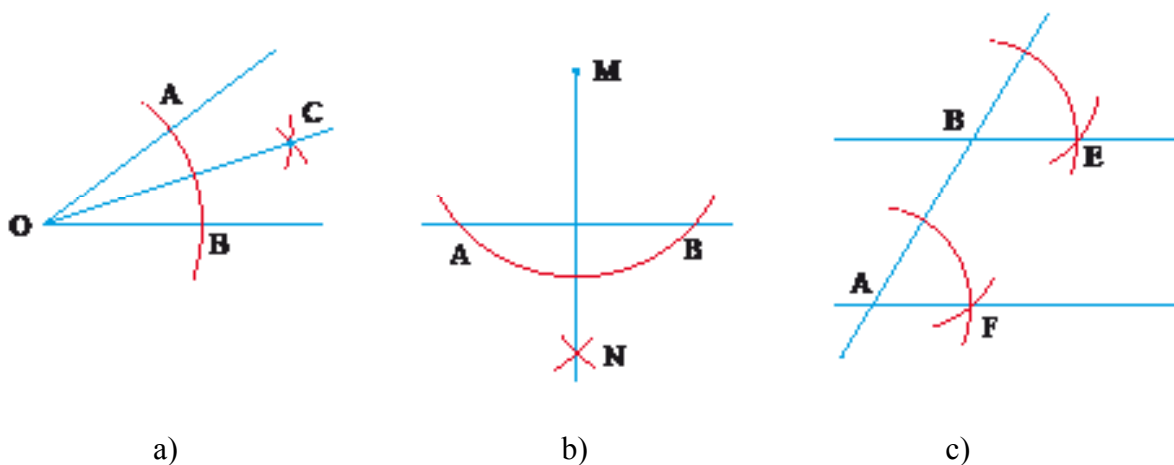
- Dựng một đoạn thẳng bằng một đoạn thẳng cho trước (h.33a).
- Dựng một góc bằng một góc cho trước (h.33b).
- Dựng đường trung trực của một đoạn thẳng cho trước, dựng trung điểm của một đoạn thẳng cho trước (h.33c).
- Dựng tia phân giác của một góc cho trước (hình 34a).
- Qua một điểm cho trước, dựng đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước (hình 34b).



Hình 33

f) Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước, dựng đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước (hình 34c).

g) Dựng tam giác biết ba cạnh, hoặc biết hai cạnh và góc xen giữa, hoặc biết một cạnh và hai góc kề.



Hình 34

Ta được sử dụng các bài toán dựng hình trên để giải các bài toán dựng hình khác.



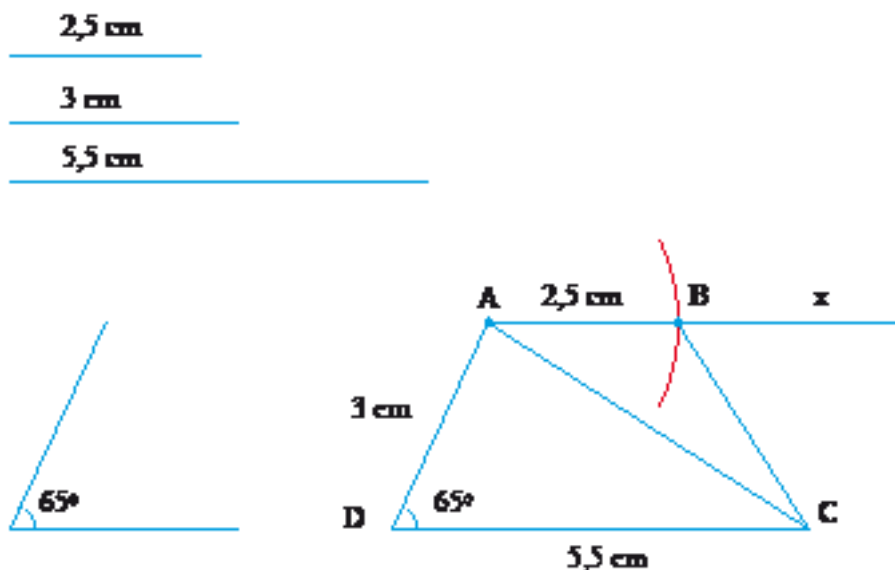
THỬ TÀI BẠN

- Hãy dựng một tam giác đều.
- Hãy dựng một góc bằng 30° .

◆ Dựng hình thang

Ví dụ : Dựng hình thang ABCD biết đáy $AB = 2,5$ cm, đáy $CD = 5,5$ cm, cạnh $AD = 3$ cm, $\widehat{D} = 65^\circ$.

Giải (hình 35)



Hình 35

a) Phân tích

Giả sử dựng được hình thang ABCD thoả mãn yêu cầu của đề bài.

Ta thấy tam giác ADC dựng được vì biết hai cạnh và góc xen giữa.

Điểm B phải thoả mãn hai điều kiện :

+ B nằm trên đường thẳng qua A và song song với CD.

+ B cách A một khoảng 2,5 cm và nằm trên đường tròn tâm A bán kính 2,5 cm.

b) Cách dựng

+ Dựng $\triangle ADC$ có $\widehat{D} = 65^\circ$, $DC = 5,5$ cm, $DA = 3$ cm.

+ Dựng tia Ax song song với DC (tia Ax và điểm C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AD).

+ Dựng điểm B trên tia Ax sao cho $AB = 2,5$ cm. Kẻ đoạn thẳng BC.

c) Chứng minh

Tứ giác ABCD là hình thang vì $AB \parallel CD$.

Hình thang ABCD có $CD = 5,5$ cm, $\widehat{D} = 65^\circ$, $AD = 3$ cm, $AB = 2,5$ cm nên thoả mãn yêu cầu của bài toán.

d) Biện luận

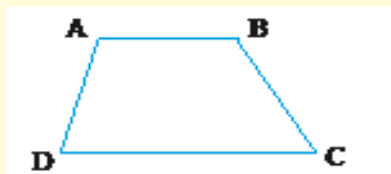
Ta luôn luôn dựng được một hình thang thoả mãn điều kiện của đề bài.



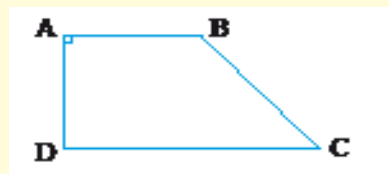
THỬ TÀI BẠN

Dựng hình thang ABCD, biết $\widehat{D} = 90^\circ$, đáy $CD = 3$ cm, cạnh bên $AD = 2$ cm, cạnh bên $BC = 3$ cm.

GHI NHỚ

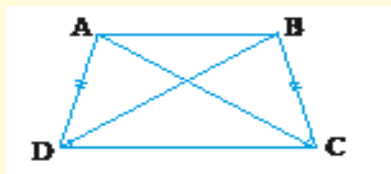
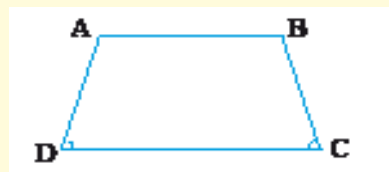


Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.



Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

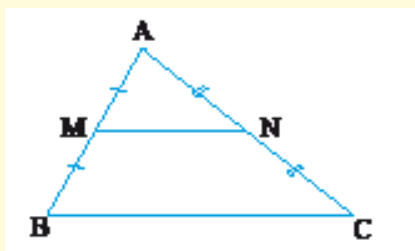


- + Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.
- + Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.

• Dấu hiệu nhận biết

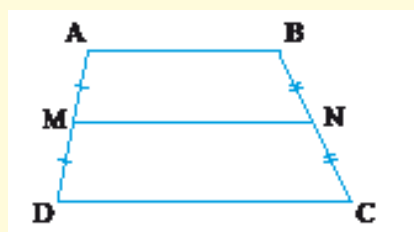
- + Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
- + Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Đường trung bình của tam giác



- Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.
- Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.
- Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

Đường trung bình của hình thang

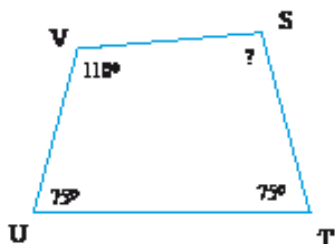


- Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.
- Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.
- Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.

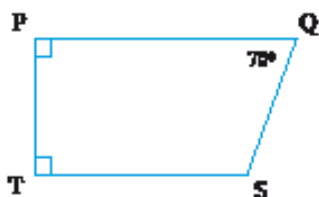
BÀI TẬP

Tứ giác

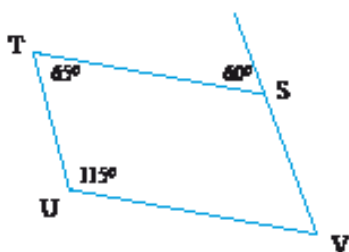
1. Tính các góc của các tứ giác trong hình 36:



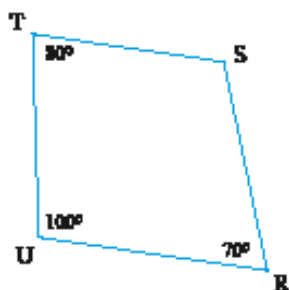
a)



b)



c)



d)

Hình 36

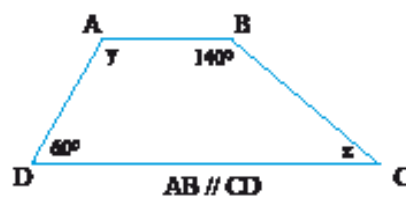
2. Tứ giác ABCD có $\hat{A} = 100^\circ$, góc ngoài đỉnh B bằng 110° , $\hat{C} = 75^\circ$. Tính góc D.

3. Tứ giác ABCD có góc ngoài đỉnh A bằng 65° , góc ngoài đỉnh B bằng 100° , góc ngoài đỉnh C bằng 60° . Tính góc ngoài đỉnh D.

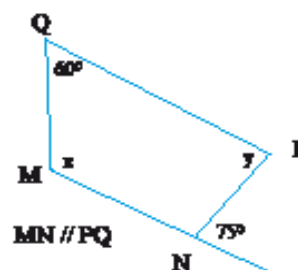
4. Tứ giác ABCD có $\hat{A} = x$, $\hat{B} = 2x$, $\hat{C} = 3x$, $\hat{D} = 4x$. Tính số đo các góc của tứ giác.

Hình thang

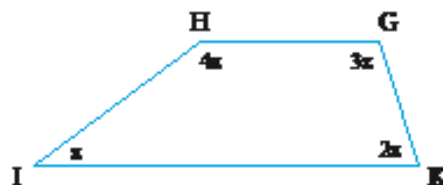
5. Tìm x và y :



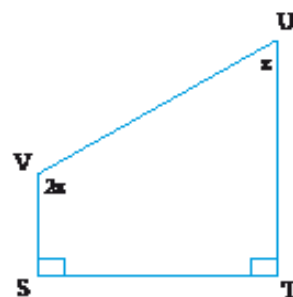
a)



b)



c)



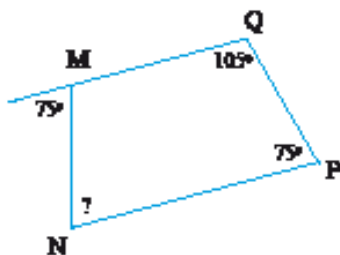
d)

Hình 37

6. Tứ giác ABCD có $AB = AD$, BD là phân giác góc B. Chứng minh rằng ABCD là hình thang.
7. Cho tam giác nhọn ABC có AH là đường cao. Tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với AH cắt AB tại N.
- a) Chứng minh rằng tứ giác BCMN là hình thang.
- b) Chứng minh rằng $BN = MN$.
8. Cho hình thang ABCD (AB và CD là hai đáy và $AB < CD$), $AD = BC = AB$, $\widehat{BDC} = 30^\circ$.
- Tính các góc của hình thang.
9. Cho tam giác ABC ($AB < AC$). Trên tia AC lấy điểm N sao cho $AN = AB$, trên tia AB lấy điểm M sao cho $AM = AC$. Chứng minh rằng tứ giác BMCN là hình thang.
10. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Trên BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.
- a) Chứng minh rằng $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- b) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Chứng minh rằng tứ giác ADEH là hình thang vuông.
- c) Gọi I là giao điểm của AH với BD, đường thẳng EI cắt AB tại F. Chứng minh rằng tứ giác ACEF là hình thang vuông.

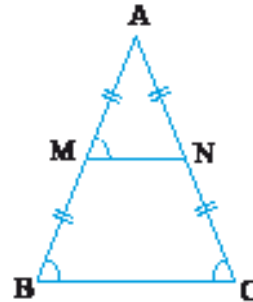
Hình thang cân

11. Tứ giác MNPQ ở hình 38 có phải là hình thang cân không ?



Hình 38

12. Cho tam giác ABC cân tại A (h.39). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng tứ giác MNCB là hình thang cân.

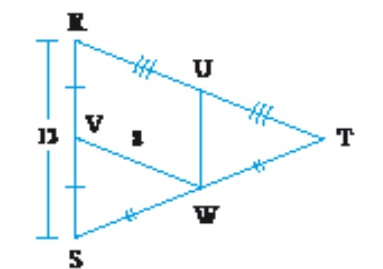


Hình 39

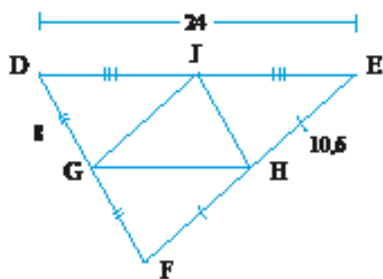
13. Cho hình thang cân ABCD (CD là đáy lớn). Kẻ các đường cao AE, BF của hình thang. Chứng minh rằng $DE = CF$.
14. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$).
- a) Chứng minh rằng $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$.
- b) Gọi E là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng $EA = EB$.
15. Cho hình thang cân ABCD (CD là đáy bé) có $\widehat{C} + \widehat{D} = 2(\widehat{A} + \widehat{B})$. Đường chéo AC vuông góc với cạnh bên BC.
- a) Tính các góc của hình thang.
- b) Chứng minh rằng AC là phân giác của góc DAB.
16. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{DBA} = 45^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.
- a) Chứng minh rằng tam giác AOB là tam giác vuông cân.
- b) Chứng minh rằng tam giác DOC vuông cân.
17. Cho tam giác ABC cân tại A, các đường phân giác BD, CE ($D \in AC, E \in AB$).
- a) Chứng minh rằng $ED \parallel BC$.
- b) Chứng minh rằng BEDC là hình thang cân có đáy nhỏ bằng cạnh bên.

Đường trung bình của tam giác, của hình thang

18. a) Tính UW và RT trên hình 40a.
 b) Trên hình 40b, biết GJ, JH, GH là các đường trung bình của $\triangle DEF$.
 Hãy điền vào chỗ trống (...):
 $JG \parallel \dots$ $DF \parallel \dots$ $\dots \parallel EF$
 $\dots \parallel DE$ $JH \parallel \dots$ $GH \parallel \dots$
 c) Tính chu vi tam giác GJH ở hình 40b.



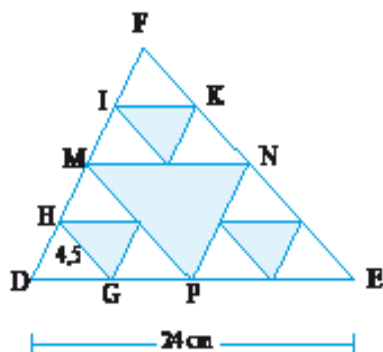
a)



b)

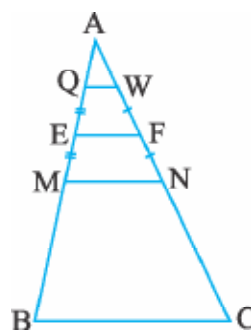
Hình 40

19. Trong hình 41, mỗi cạnh của tam giác màu xanh là đường trung bình tương ứng của các cạnh tam giác màu trắng. Hãy tính IK, EF.



Hình 41

20. Ở hình 42, cho biết MN là đường trung bình của tam giác ABC, EF là đường trung bình của hình thang QWNM.



Hình 42

Biết $BC = 20$ cm,
 $EF = 3x$, $QW = x$.
 Tính x .

21. Cho tam giác nhọn ABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng tứ giác BMNC là hình thang.
 22. Cho tam giác nhọn ABC, kẻ trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AM, đường thẳng CI cắt AB tại E. Từ M kẻ đường thẳng song song với CE cắt AB tại F. Chứng minh rằng :
 a) $EF = FB$; b) $AE = \frac{1}{3} AB$;
 c) $CE = 4EI$.

23. Cho tam giác ABC nhọn. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC. Kẻ đường cao AH. Chứng minh rằng tứ giác MNPH là hình thang cân.

Dựng hình

24. Dựng tam giác ABC vuông tại A, biết cạnh huyền $BC = 4$ cm, góc nhọn $\hat{B} = 65^\circ$.
 25. Dựng tam giác ABC vuông tại B, biết cạnh huyền $AC = 4$ cm, cạnh góc vuông $BC = 2$ cm.
 26. Dựng hình thang cân ABCD, biết đáy $CD = 3$ cm, đường chéo $AC = 4$ cm, $\hat{D} = 80^\circ$.
 27*. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có đường chéo AC vuông góc với cạnh bên AD và $AB = BC = 3$ cm.
 a) Có nhận xét gì về tam giác ACD, chứng minh điều đó. Tính các góc của tam giác ACD và của hình thang cân ABCD.
 b) Nêu cách dựng hình thang cân ABCD.



LUYỆN TẬP

1. Cho tứ giác ABCD có $AB = BC$ và CA là tia phân giác của góc BCD. Đường thẳng vuông góc với AC tại A cắt đường thẳng CD ở E. Gọi M là trung điểm của AC.
 - a) Chứng minh rằng tứ giác ABCD là hình thang.
 - b) Chứng minh rằng tứ giác ABME là hình thang.
2. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh AB, AC lấy lần lượt các điểm D và E sao cho $AD = AE$.
 - a) Chứng minh rằng BDEC là hình thang cân.
 - b) Tính các góc của hình thang cân đó, biết $\widehat{BAC} = 40^\circ$.
3. Cho tứ giác ABCD, gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết rằng $OA = OB$, $OC = OD$. Chứng minh rằng tứ giác ABCD là hình thang cân.
4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Vẽ trung tuyến BM và CN.
 - a) Chứng minh rằng tứ giác BNMC là hình thang.
 - b) Gọi O là giao điểm của BM và CN. Tia AO cắt BC tại E. Tính chu vi tam giác ABC khi biết chu vi tam giác MNE bằng 12 cm.
5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC.
 - a) Chứng minh rằng tứ giác AMNB là hình thang vuông.
 - b) Gọi I là giao điểm của BM và AN. Trên tia đối của tia NA lấy điểm E sao cho $NE = NI$. Trên tia đối của tia MB lấy điểm F sao cho $MF = MI$. Chứng minh rằng $EF \parallel AB$.
 - c) Gọi H là trung điểm của AB, K là trung điểm của EF. Chứng minh rằng bốn điểm C, K, I, H thẳng hàng.
6. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Gọi E là trung điểm của BD, F là trung điểm của AC. Chứng minh rằng
$$EF = \frac{CD - AB}{2}.$$



Trong Tài liệu dạy học Toán 7 – tập 1, các em đã biết người ta có thể dùng giác kế để đo khoảng cách giữa hai điểm bị ngăn cách bởi một chướng ngại vật.

Ngoài cách dùng giác kế người ta có thể ứng dụng đường trung bình của tam giác để đo khoảng cách giữa hai điểm.

Ở hình trên, để đo khoảng cách giữa hai điểm A và B bị ngăn cách bởi một cái hồ người ta đã ứng dụng đường trung bình của tam giác. Khi đó chỉ cần biết độ dài đường trung bình DE của tam giác ABC thì sẽ biết được độ dài AB.